

## 11. RASPAD ATOMSKOG JEZGRA – RADIOAKTIVNOST

### 11.1 RASPAD JEZGRA: ENERGIJSKI BILANS I RASPAD KAO STATISTIČKA POJAVA

Jezgra nekih atoma, posle konačnog vremena postojanja, spontano emitujući jednu ili više čestica ili kvanata elektromagnetnog zračenja, preobražavaju se u druga jezgra. Ova pojava „raspada” jezgra naziva se radioaktivnost, a jezgra koja emituju čestice ili zračenje označavaju se kao radioaktivna. Raspadom početnog jezgra, koje se obično naziva jezgro roditelj, nastaje novo jezgro ili jezgro potomak, koje može da ima drugi atomski (redni) broj  $Z$  i/ili maseni broj  $A$  u odnosu na jezgro roditelja. Radioaktivni raspad odlikuje se vrstom i energijom emitovanih čestica i vremenom poluraspada. Kada jezgro napuštaju dve ili više čestica, određen je i ugao između pravaca emisije čestica. U prirodi se javljaju  $\alpha$ -raspad,  $\beta^-$ -raspad i  $\gamma$ -raspad. Pri  $\alpha$ -raspadu radioaktivna jezgra emituju jezgra helijumovih atoma ( ${}^4_2\text{He}^{4++}$ ). Kod  $\beta^-$  raspada, iz jezgra se emituju elektron i čestica antineutrino, a kod  $\gamma$  emisije jezgro zrači elektromagnetno zračenje velike energije. U laboratoriji mogu da se dobiju i jezgra koja se raspadaju emitujući pozitivne i neutrina ( $\beta^+$ -raspad) ili koja pokazuju  $K$ -zahvat.

**Prirodnu** radioaktivnost otkrio je krajem prošlog veka francuski naučnik Anri Bekerel (Henri Antonio Becquerel). Trudeći se da ustanovi uzrok flurosecencije odnosno fosforescencije<sup>19</sup> nekih materijala (što je i njegov otac, takođe fizičar, proučavao), Anri Bekerel je na fotografsku ploču umotanu u crni papir postavio kristal uranijumove soli i onda sve izložio Sunčevoj svetlosti. Posle izvesnog vremena razvio je fotografsku ploču i ustanovio da je ona bila „osvetljena”, što je značilo da je uranijumova so emitovala zračenje koje je moglo da prođe kroz papir i da deluje na fotografsku ploču. U početku, Bekerel je smatrao da uranijumova so zrači pod dejstvom Sunčeve svetlosti. A onda je, jednog oblačnog dana odustajući od eksperimenta, fotoploču umotanu u crni papir, sa kristalima uranijumove soli postavljene odozgo, stavio u ormar. Posle nekoliko dana, ploču je ipak razvio, konstatujući, sa velikim iznenađenjem, da je ona jako ozračena. Zaključio je da uranijumova so, bez

---

<sup>19</sup> Aspsorpcijom kvanata elektromagnetnog zračenja atom ili molekul se pobuđuje. Zračenje tako pobuđenog atoma ili molekula naziva se fluorescencija. Može da se dogodi da prelaz molekula (u stanje niže energije) bude delimično zabranjen. Tada je intenzitet zračenja mali ali zračenje duže traje i tada se govori o fosforescenciji.

spoljnog uticaja, emituje zračenje koje prolazi kroz hartiju i izaziva zacrtnjenje foto ploče. Ovu pojavu je Marija Kiri nazvala **radioaktivnost**. Proučavanje radioaktivnosti veoma je uticalo na rasvetljavanje strukture atoma (podsećamo na ogled raseljavanja  $\alpha$ -čestice na tankoj foliji, odeljak 10.1.1). Ispitujući zajedno s Pjerom Kirijem radioaktivnost i drugih uranijumovih jedinjenja, npr. rude *pehblende* (koja se uglavnom sastoji od  $U_3O$  - uranil oksid), M. Kiri je utvrdila da je zračenje pehblende mnogo jače i da nije proporcionalno količini urana prisutnog u njoj. Pretpostavila je da ruda pehblende sadrži u sebi i malu količinu nekog elementa koji mnogo jače zrači. Korišćenjem običnih hemijskih postupaka za razdvajanje elemenata, P. i M. Kiri izolovali su dve takve supstancije. Jedan od izolovanih elemenata, taložen kao sulfid bizmut sulfidom, nazvan je *polonijum*, u čast Poljske, odakle je Marija Kiri bila poreklom. Drugi element, *radijum*, izolovan je posle dugog i strpljivog rada sa stotinama kilograma ostatka rude pehblende iz koje je već bio eliminisan uran. Izdvojene su najpre male količine radijuma u obliku radijum-hlorida, a 1910. godine elektrolizom ovog rastvora dobijen je čist radijum. Otprilike u isto vreme M. Kiri i G. Šmit (G. C. Schmidt) nalaze, nezavisno jedno od drugog, da su i torijumova jedinjenja radioaktivna. Ubrzo i A. Debijern (A. Debierne) i F. Gizel (F. Giesel) u uranovim mineralima dokazuju prisustvo novog radioaktivnog elementa – *aktinijuma*. Posle ovih prvih otkrića, sistematskim ispitivanjima, otkriveno je to da u prirodi postoji četrdesetak elemenata koji potpuno sponatano emituju radioaktivno zračenje.

Emitovano radioaktivno zračenje prodire kroz različite materijale, a takođe može i da jonizuje sredinu kroz koju prolazi. Proučavajući prodornu moć zračenja koja emituje uran, Raderford je utvrdio da postoje dve vrste zračenja ( $\alpha$  i  $\beta$ ).  $\alpha$ -zračenje lakše se apsorbuje od  $\beta$  ali više jonizuje sredinu kroz koju prolazi.  $\alpha$  i  $\beta$ -zruci različito skreću u magnetnom polju, na osnovu čega je zaključeno da je reč o suprotno naelektrisanim česticama. Treći oblik prirodne radioaktivnosti ( $\gamma$ -zračenje) otkrio je P. Vilar (P. Villard), utvrdivši da ono ne skreće u magnetnom polju, a da se odlikuje izuzetnom prodornošću.

Posle ovog malog istorijskog uvoda, vraćamo se opisu fizičkih odlika raspada.

Proces radioaktivnog raspada uvek je egzoterman. Energijski bilans nuklearnog raspada određen je relacijom relativističke mehanike koja prikazuje vezu između mase i energije  $E = mc^2$ , gde je  $E$  ekvivalent energije mase  $m$ , a  $c$  brzina svetlosti u vakuumu. U skladu sa tim, energija  $E$  koja se oslobađa pri radioaktivnom raspadu jednaka je:

$$E = M_r c^2 - (M_p c^2 + \sum M_e c^2) \quad (11.1.1)$$

gde su  $M_r$ ,  $M_p$  i  $M_e$  odgovarajuće mase mirovanja jezgra roditelja, potomka i čestica koja se emituju. Energija  $E$  oslobađa se u obliku kinetičke energije proizvoda raspada. Prema jednačini (11.1.1) jezgro može da bude radioaktivno samo ako je  $E > 0$ , odnosno kada je masa mirovanja jezgra roditelja veća od zbira masa mirovanja jezgra potomka i ostalih proizvoda raspada. Ovaj uslov je neophodan, ali ne i dovoljan da se raspad dogodi. Kao što pri raspadu mora da bude ispunjen zakon o održanju energije, jednačina (11.1.1), tako pri raspadu mora da se održi i impuls  $\vec{p}$ ,

ukupni moment impulsa  $\vec{I}$ , električno naelektrisanje  $q$  i barionski broj  $B^{20}$ , leptonski brojevi  $L'$ ,  $L''$ , itd. (o ovome će kasnije biti više reči). Kada su svi uslovi zakona o održanju ispunjeni, tada radioaktivni raspad može da se desi, ali sa **određenom verovatnoćom**. U suštini, radioaktivnost je statistička pojava. Istovetna radioaktivna jezgra raspadaju se u različitim trenucima vremena, a unapred ne može da se kaže kada će određeno jezgro da se raspadne. Prirodna statistička veličina koja opisuje radioaktivni raspad jeste verovatnoća raspada nekog jezgra u jedinici vremena. Naziva se *konstanta radioaktivnog raspada* i označićemo je sa  $\zeta$ . Posmatraćemo sada  $N$  jednakih nestabilnih (radioaktivnih) jezgara. Promena broja jezgara u vremenu (ili brzina raspada) srazmerna je broju prisutnih (neraspadnutih) jezgara  $N$  u svakom trenutku vremena  $t$ . Konstanta proporcionalnosti je veličina  $\zeta$ :

$$-\frac{dN}{dt} = \zeta N. \quad (11.1.2)$$

Znak „-“ označava da se broj radioaktivnih jezgara smanjuje tokom vremena. Integraljenjem jednačine (11.1.2) dobija se:

$$\int_{N_0}^N -\frac{dN}{N} = \int_0^t \zeta dt \Rightarrow N = N_0 e^{-\zeta t}. \quad (11.1.3)$$

Jednačina (11.1.3) predstavlja zakon radioaktivnog raspada, pri čemu je  $N$  – broj radioaktivnih jezgara u trenutku  $t$ ,  $N_0$  broj radioaktivnih jezgara u trenutku  $t = 0$  (početak posmatranja), a  $t$  je vreme. Broj radioaktivnih jezgara, prema jednačini (11.1.3) menja se sa vremenom kao eksponencijalno opadajuća funkcija. Jednačina (11.1.3) identična je jednačini (8.3.18) koja prikazuje broj pobuđenih atoma u zavisnosti od vremena. I ovaj broj smanjuje se sa vremenom, jer zračenjem kvanta energije atom prestaje da postoji u pobuđenom stanju. Oba procesa su statističke prirode i odlikuju se određenim vremenom života. Veličina  $A$ :

$$A = \zeta N = -\frac{dN}{dt}$$

naziva se *aktivnost*. Aktivnost izražava osobinu preparata u celini (velikog broja radioaktivnih jezgara), a ne određenog jezgra. Pomoću konstante radioaktivnog raspada  $\zeta$  mogu da se izraze i druge veličine koje predstavljaju fizičku odliku raspada. To su vreme poluraspada  $T_{1/2}$  i srednji život jezgra  $\tau$ . Vreme poluraspada ( $T_{1/2}$ ) predstavlja vreme za koje se broj radioaktivnih jezgara smanji za polovinu. Prema tome:  $N = N_0/2$ , pa se zamenjivanjem u (11.1.3) dobija:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\zeta T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\zeta}. \quad (11.1.4)$$

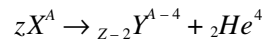
<sup>20</sup> Svakoj čestici može da se pripiše neki barionski broj. Barionski brojevi su celi brojevi. Barionski broj elektrona i  $\gamma$ -kvanta je nula, dok je barionski broj protona i neutrona jedinica. Tako je maseni broj  $A$  i barionski broj jezgra. Barionski broj jezgra roditelja mora da bude jednak zbiru barionskog broja jezgra potomaka i barionskih brojeva čestica koje napuštaju jezgro.

Izraz za srednje vreme života  $\tau$  za proces istog tipa, izveden je u poglavlju 8.3 [videti jednačinu (8.3.19b)]. Ovde prikazujemo samo rezultat:

$$\tau = \frac{1}{\zeta}. \quad (11.1.5)$$

## 11.2 ALFA-RASPAD

Pri  $\alpha$ -raspadu jezgro roditelj emituje jezgro helijumovog atoma, tzv  $\alpha$ -česticu. Novo jezgro ili jezgro potomak ima za dve jedinice manji redni broj  $Z$ , a za četiri jedinice manji maseni broj  $A$  od jezgra roditelja. U procesu  $\alpha$ -raspada praktično nastaje pretvaranje jednog hemijskog elementa u drugi. Ako se sa  $X$  označi jezgro roditelja, a sa  $Y$  jezgro potomak, tada  $\alpha$ -raspad može da se prikaže:



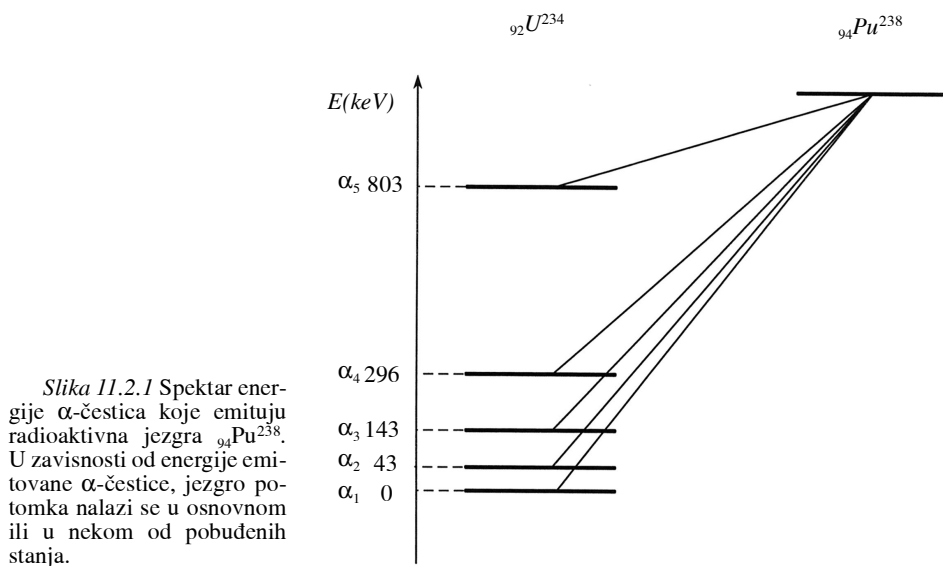
pri čemu je  $Z$  redni, a  $A$  maseni broj. Neophodan uslov da se dogodi  $\alpha$ -raspad jeste da je masa mirovanja jezgra roditelja veća od zbira masa mirovanja jezgra potomka i jezgra  $\alpha$ -čestice. Ukupna oslobođena energija pri raspadu je tada<sup>21</sup>:

$$E = [M_r - (M_p + M_\alpha)]c^2 \quad (11.2.1)$$

gde je  $M_r$  – masa mirovanja jezgra roditelja,  $M_p$  – masa mirovanja jezgra potomka,  $M_\alpha$  – masa mirovanja  $\alpha$ -čestice,  $c$  – brzina svetlosti. Energija  $E$  emituje se u obliku kinetičke energije  $\alpha$ -čestice i jezgra potomka (pomerač jezgra potomka zove se uzmak, a energija uzmaka znatno je manja od kinetičke energije  $\alpha$ -čestice).  $\alpha$ -raspad se obično javlja kod težih jezgara za koje je  $Z > 83$ . Takođe, javlja se mala grupa  $\alpha$ -aktivnih jezgara kod elemenata koji pripadaju retkim zemljama, s masenim brojevima  $A = 140$ – $160$ . Ova poslednja jezgra odlikuju se znatnim viškom neutrona, a  $\alpha$ -raspad je jedna od mogućnosti da se dobije stabilno jezgro.  $\alpha$ -čestice koje napuštaju jezgro određenog rednog i masenog broja, imaju po pravilu, jednu istu, strogo određenu energiju. Tačnija merenja, međutim, pokazuju to da u nekim slučajevima spektar energije  $\alpha$ -čestica, koje potiču iz istog izotopa, pokazuje finu strukturu, tj. sastoji se od nekoliko diskretnih vrednosti energije koje su bliske jedna drugoj. Ovo se javlja zbog toga što, emitovanjem  $\alpha$ -čestice iz jezgra, može nastati jezgro potomak u osnovnom stanju ali i u nekom od pobuđenih stanja energije. Energija  $\alpha$ -raspada tada je zbir kinetičke energije  $\alpha$ -čestice, energije uzmaka jezgra potomka i energije pobuđenog stanja jezgra potomka, Slika 11.2.1.

Kod težih jezgara opseg energija  $\alpha$ -čestica kreće se između 4 i 9 MeV-a, a kod lakših jezgara atoma retkih zemalja, između 2 i 4,5 MeV-a. Vreme poluraspada  $\alpha$ -aktivnih jezgara menja se u širokom opsegu. Tako izotop olova  ${}_{82}\text{Pb}^{204}$  ima vreme poluraspada od  $T_{1/2} = 1,4 \times 10^{17}$  godina, a izotop radioaktivnog gasa radona ima vreme poluraspada od  $10^{-4}$  sekundi. Za neke karakteristične izotope vremena poluraspada  $T_{1/2}$  i energije  $E_\alpha$  emitovanih  $\alpha$ -čestica prikazani su u Tabeli 11.1.

<sup>21</sup> Jednačina (11.2.1) istovremeno znači da je energija veze jezgra roditelja niža od zbira energije veze jezgra potomka i  $\alpha$ -čestice. Kako je energija veze  $\alpha$ -čestice 28 MeV, dakle 7 MeV po nukleonu, raspadaju se obično jezgra koja po nukleonu imaju energiju veze nižu od 7 MeV.



Slika 11.2.1 Spektar energije  $\alpha$ -čestica koje emituju radioaktivna jezgra  ${}_{94}\text{Pu}^{238}$ . U zavisnosti od energije emitovane  $\alpha$ -čestice, jezgro potomka nalazi se u osnovnom ili u nekom od pobuđenih stanja.

Tabela 11.1 Vremena poluraspada i energije emitovanih  $\alpha$ -čestica karakterističnih izotopa

Izotop	$E_\alpha/\text{MeV}$	$T_{1/2}$
${}_{84}\text{Po}^{212}$	8,78	0,3 $\mu\text{s}$
${}_{88}\text{Ra}^{224}$	5,7	3,64 dana
${}_{90}\text{Th}^{228}$	5,42	1,91 godina
${}_{90}\text{Th}^{230}$	4,68	$7,5 \cdot 10^4$ godina
${}_{92}\text{U}^{238}$	4,2	$4,5 \cdot 10^9$ godina
${}_{92}\text{U}^{235}$	4,6	$7,1 \cdot 10^8$ godina
${}_{94}\text{Pu}^{238}$	5,5	88 godina.

Prolazeći kroz određenu sredinu  $\alpha$ -čestica stupa u interakciju s atomima i molekulima te sredine, obično jonizujući ih. Tako, malo-pomalo  $\alpha$ -čestica gubi od svoje energije. Kada se, konačno, dovoljno uspori, ona zahvata prvo jedan elektron i tako nastaje  $({}_2\text{He}^4)^+$  jon. Zatim zahvata i drugi elektron, pa na kraju od  $\alpha$ -čestice nastaje neutralni atom helijuma koji više ne može da vrši jonizaciju. Zbog toga se i doimet  $\alpha$ -čestice definiše kao rastojanje koje ona može da pređe kroz vazduh, obično pod standardnim uslovima, na temperaturi  $t = 20^\circ\text{C}$  i pritisku  $p = 1 \text{ atm.}$ , od svog izvora do tačke kada više ne može da vrši primetnu jonizaciju. Na osnovu dometa  $\alpha$ -čestice može da se odredi njena energija. Tako je, prema Gajgerovom empirijskom pravilu, domet  $R$  povezan sa energijom  $\alpha$ -čestice  $E$ , jednačinom:

$$R = av^3 = a'E^{3/2} \quad (11.2.2)$$

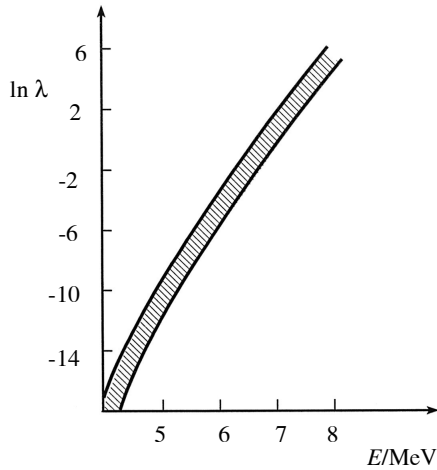
pri čemu su  $a$  i  $a'$  konstante, dok je  $v$  brzina  $\alpha$ -čestice. Gajger i Natal su, dalje, našli i empirijski odnos između dometa  $\alpha$ -čestice i vremena poluraspada:

$$\ln R = b + \ln \frac{1}{T_{1/2}} \quad (11.2.3)$$

ili imajući na umu vezu (11.2.2), Gajger-Natalovo pravilo može da se napiše u obliku:

$$\ln E = b' + d' \ln \zeta \quad (11.2.4)$$

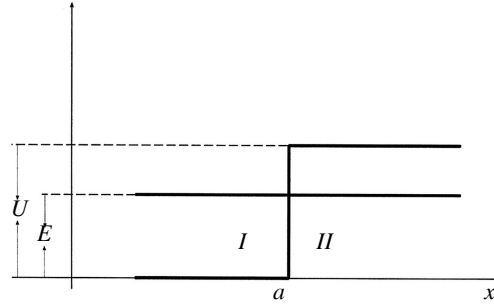
gde su  $b$ ,  $b'$ ,  $d$  i  $d'$  empirijske konstante. Jednačine (11.2.3) i (11.2.4) pokazuju da jezgra koja imaju veće vreme poluraspada emituju  $\alpha$ -čestice manje energije. Grafički prikaz Gajger-Natalovog pravila dat je na Slici 11.2.2.



Slika 11.2.2 Grafički prikaz Gajger-Natalovog pravila. U šrafiranom području leže sva do sada poznata  $\alpha$ -radioaktivna jezgra.

### 11.2.1 Emisija alfa-čestice iz jezgra – tunel efekt

Gajger-Natalovo pravilo, dobijeno čisto empirijskim putem, sledi i iz teorije  $\alpha$ -raspada. Teoriju  $\alpha$ -raspada postavili su, nezavisno jedan od drugog, G. Gamov i R.W. Garni i E. U. Kondon (G. Gamov, R. W. Gurney i E.U. Condon), 1928. godine. Prema njihovom tumačenju, emisija  $\alpha$ -čestice iz jezgra, može da se objasni samo kvantnomehanički i predstavlja primer tunel efekta. Kao što smo objasnili, tunel efekt je pojava prolaska čestice s ukupnom energijom  $E$  kroz potencijalnu barijeru energije  $U$ , kada je  $E < U$ . Prema zakonima klasične mehanike, tunel efekt nije moguć. Evo zašto. Neka se čestica koja ima energiju  $E$ , kreće u pozitivnom smeru  $x$ -ose, Slika 11.2.3. Područje  $x < a$  označeno je sa  $I$ , a područje u kojem je  $x > a$  označeno je sa  $II$ . U tački  $x = a$  na česticu počinje da deluje stalni potencijal  $U$ . Kako važi zakon o održanju energije, ukupna energija čestice u sredini  $I$  mora da bude jednaka ukupnoj energiji čestice u sredini  $II$ :



Slika 11.2.3 Šematski prikaz tunel efekta.

$$E_I = E_{II}.$$

U sredini *I* čestica ima samo kinetičku energiju (potencijalna energija jednaka je nuli), pa je  $E_I = T$ , gde je  $T$  oznaka za kinetičku energiju. U sredini *II* javlja se pozitivni potencijal, pa je ukupna energija čestice jednaka zbiru njene kinetičke i potencijalne energije:

$$E_{II} = T_{II} + U$$

pri čemu je  $U$  potencijalna energija čestice. Jednačine  $E_I = E_{II}$ , odnosno  $T_I = T_{II} + U$ , kojima se izražava zakon o održanju energije, zadovoljene su samo za negativne vrednosti kinetičke energije  $T_{II}$ , što sa stanovišta klasične mehanike čini tunel efekt nemogućim. Sa stanovišta kvantne mehanike, tunel efekt može da se dogodi ali s određenom verovatnoćom. Prema 8.5.3, čestici u sredini *I* pridružuje se talasna funkcija  $\psi_I$ , a onoj u sredini *II* talasna funkcija  $\psi_{II}$ . Verovatnoća nalaženja čestice u sredini *II* iznosi  $\psi_{II} \cdot \psi_{II}^* dV$  i može da se odredi rešavanjem odgovarajuće Šredingerove jednačine.

$\alpha$ -raspad, tj. emisija  $\alpha$ -čestice iz jezgra predstavlja slučaj tunel efekta, a postupkom koji je sličan onome koji je primenjen u delu 8.5.4, uz korišćenje rezultata i iz 8.5.5, možemo odrediti verovatnoću  $\alpha$ -raspada. U gornjem delu Slike 11.2.5 prikazana je potencijalna energija  $\alpha$ -čestice u zavisnosti od rastojanja od jezgra  $r$ . Ova kriva može da se dobije kao zbir krivih prikazanih na Slici 11.2.4. Na levoj strani slike prikazan je stalni negativni potencijal koji vlada u jezgru i iznosi 40–50 MeV-a. U okolini tačke  $r_0$  (poluprečnik jezgra) potencijalna energija naglo se menja do nule, što ukazuje na iščezavanje nuklearnih sila. Ovaj oblik potencijala naziva se potencijalna jama. U prvoj aproksimaciji ova jama može da se posmatra kao jama s beskonačno visokim zidovima. Energija i talasne funkcije određuju se tada rešavanjem Šredingerove jednačine, napisane u sfernim koordinatama, prema izrazu (9.1.28). Pri tom, zavisnost od uglova  $\theta$  i  $\varphi$  nije bitna, pa se njihovi izvodi uzimaju kao nula:

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)r\psi = 0 \quad r < r_0. \quad (11.2.5)$$

Rešavanjem jednačine (11.2.5) dobija se funkcija  $r\psi$ , koja ima oscilatorni karakter, sa De Broglijeovom talasnom tužinom  $\lambda$  koja je određena impulsom čestice [videti i

(8.6.15)]. Energija čestice može da se izračuna korišćenjem jednačine tipa (8.6.13), sa tom razlikom što je umesto potencijala nula iz 8.6.13. sada stalni negativni potencijal. U skladu s tim, energijski nivoi potencijalne jame (a to su nivoi jezgra) prikazuju se jednačinom:

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mr_0^2} + U \quad (11.2.6)$$

gde je  $h$  Plankova konstanta,  $m$  masa čestice,  $r_0$  poluprečnik jezgra a  $n$  je broj koji može da ima vrednosti 1, 2, 3, itd.  $U$  je (negativan) potencijal. Prvi član jednačine (11.2.6) označava kinetičku energiju čestice, a sa  $E_n$  označeni su nivoi ukupne energije. Ove nivoe popunjavaju protoni i neutroni. Najviši nivoi koji sadrže protone i neutrone leže nekoliko MeV-a ispod nultog nivoa energije. U nekom trenutku dva protona i dva neutrona iz ovih nivoa energije grade  $\alpha$ -česticu, koja je stabilnija (energija veze sva četiri nukleona u  $\alpha$ -čestici je oko 28,3 MeV-a, dok je energija veze 2 protona i 2 neutrona kada nisu sjedinjeni u  $\alpha$ -česticu između 22–24 MeV-a) od pojedinačnih nukleona. Višak oslobođene energije pri stvaranju  $\alpha$ -čestice zadržava sama  $\alpha$ -čestica u obliku kinetičke energije. To povećava njenu energiju do vrednosti između 2 i 8 MeV-a (zavisno od vrste jezgra) u odnosu na nulti nivo i to je onda (ukupna) energija  $\alpha$ -čestice  $E_\alpha$  koja je označena horizontalnom linijom na Slici 11.2.5a i c. Na Slici 11.2.4 (desno) prikazana je Kulonova potencijalna energija odbijanja između  $\alpha$ -čestice koja nosi dve elementarne količine pozitivnog naelektrisanja i jezgra (potomka) naelektrisanog  $Z-2$  puta ( $Z$  je redni broj elementa) na rastojanjima  $r \geq r_0$ . Ova funkcija ima oblik:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r}$$

gde je  $Z$  redni broj jezgra,  $e$  elementarno naelektrisanje, a  $r$  rastojanje  $\alpha$ -čestice od jezgra. Zbir krivih sa Slike 11.2.4 određuje potencijalnu energiju  $\alpha$ -čestice u jezgru  $r < r_0$  i izvan njega,  $r > r_0$ . Na nekom rastojanju  $r$  od jezgra, koje je veće od rastojanja  $r_1$  označenog na Slici 11.2.5,  $\alpha$ -čestica je, praktično, slobodna. Za  $r > r_2$ , potencijalna energija  $\alpha$ -čestice je nula i tada je ona stvarno slobodna, a njena kinetička energija, prema zakonu o održanju energije koji mora da bude zadovoljen, iznosi  $E_\alpha$ , kako je i označeno horizontalnom linijom na Slici 11.2.5c. Kinetička energija oslobođenih  $\alpha$ -čestica može da se odredi eksperimentalno. Tako, izotop urana  ${}_{92}\text{U}^{238}$  (čija će verovatnoća raspada biti proračunata) emituje  $\alpha$ -čestice energije 4,2 MeV-a. Talasnu funkciju slobodne  $\alpha$ -čestice određujemo rešavanjem Šredingerove jednačine oblika:

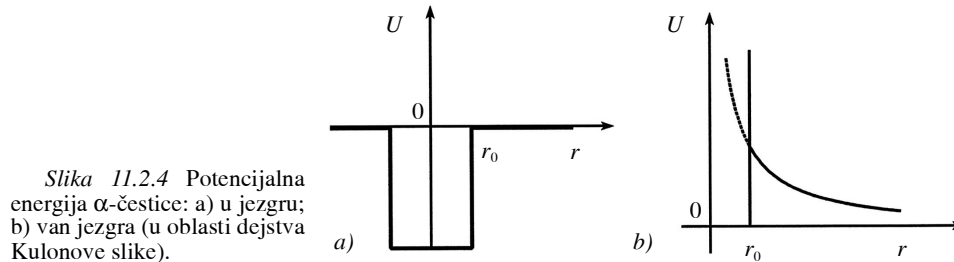
$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E(r\psi) = 0 \quad r > r_2. \quad (11.2.7)$$

Talasna funkcija ima oscilatorni oblik sa (De Brolijevom) talasnom dužnom koja je znatno veća od one koja se pridružuje  $\alpha$ -čestici dok se ona nalazi unutar jezgra (kinetička energija, odnosno impuls  $p$ ,  $\alpha$  čestice mnogo su veći dok je ona u

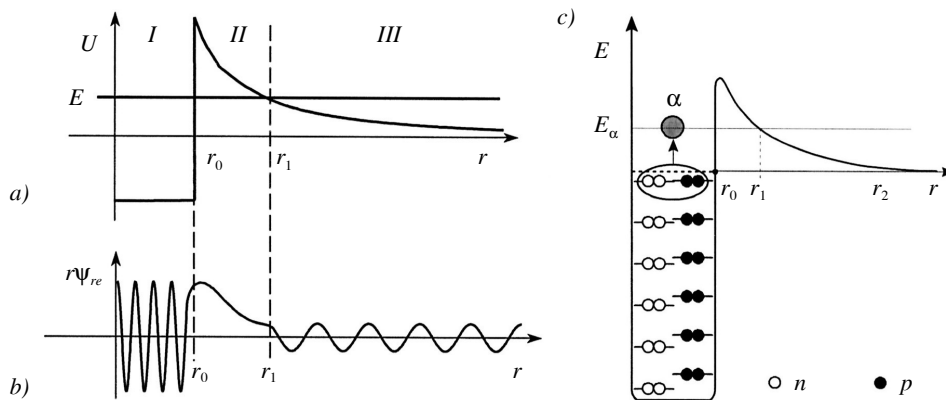


jezgru nego kada je slobodna; impuls čestice i njena De Brolijeva talasna dužina obrnuto su srazmerni,  $\lambda = h/p$ ,  $h$  je Plankova konstanta), Slika 11.2.5b.

Sa Slike 11.2.5 vidi se dalje da je na rastojanju  $r_0 \leq r \leq r_1$ , potencijalna energija  $\alpha$ -čestice veća od njene ukupne energije, pa se prodiranje  $\alpha$ -čestice kroz taj potencijalni bedem naziva tunel efektom. Uzimajući kao primer radioaktivno jezgro urana  ${}_{98}\text{U}^{238}$  čiji je poluprečnik  $r=7,5 \cdot 10^{-15}$  m [izračunava se po jednačini  $1,20 \cdot 10^{-15} A^{1/3}$  (m), gde je  $A(=238)$  maseni broj] izračunamo vrednost odbojnog Kulonovo potencijala za  $\alpha$ -česticu koja se nalazi na rastojanju od  $10^{-14}$  m od ostatka jezgra ili od jezgra potomka [u ovom primeru to je torijum ( ${}_{90}\text{Th}^{234}$ ), po jednačini (11.2.5)]. Zamjenjivanjem podataka dobija se vrednost od  $U = 25,95$  MeV-a i ona zaista leži visoko iznad (ukupne) energije  $\alpha$ -čestice od 4,2 MeV-a (na Slici 11.2.5 c označenoj sa  $E_\alpha$ ). Tek na rastojanju od  $r_1 = 6,2 \cdot 10^{-14}$  m od jezgra, potencijalna energija  $\alpha$ -čestice opada do vrednosti od 4,2 MeV-a. Dakle, put duž kojeg  $\alpha$ -čestica „tuneluje” iznosi  $6,2 \cdot 10^{-14}$  m.



Slika 11.2.4 Potencijalna energija  $\alpha$ -čestice: a) u jezgru; b) van jezgra (u oblasti dejstva Kulonove sile).



Slika 11.2.5 Uz  $\alpha$  raspad: a) potencijalna energija  $\alpha$ -čestice; b) talasne funkcije  $\alpha$ -čestice u jezgru (I), u oblasti tunel efekta (II) i talasna funkcija slobodne  $\alpha$ -čestice (III); c) energijski nivoi nukleona u jezgru i nastajanje  $\alpha$ -čestice.

Sada ćemo, rešavanjem Šredingerove jednačine, odrediti verovatnoću da  $\alpha$ -čestica prođe potencijalnu barijeru, tj. da pređe rastojanje  $r_0 < r < r_1$ . U svakoj tački  $r$  između  $r_0$  i  $r_1$  potencijalna energija  $\alpha$ -čestice (kaže se potencijalna energija barijere) veća je od energije  $E$   $\alpha$ -čestice, a Šredingerova jednačina tada ima oblik:

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left[ E - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r} \right] r\psi = 0 \quad (11.2.8)$$

ili:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left[ E - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r} \right] u = 0 \quad (11.2.8a)$$

gde je  $r\psi = u$ .

Verovatnoća prolaska  $\alpha$ -čestice kroz barijeru odnosno koeficijent propustljivosti tada su jednaki i mogu da se prikažu izrazom:

$$T = \frac{|u(r_1)|^2}{|u(r_0)|^2} = \frac{|\psi(r_1)|^2}{|\psi(r_0)|^2} \quad (11.2.9)$$

pri čemu su  $\psi(r_1)$ ,  $u(r_1)$  odnosno  $\psi(r_0)$  i  $u(r_0)$  vrednosti talasnih funkcija u tačkama  $r_1$  i  $r_0$ . Pretpostavlja se da rešenje jednačine (11.2.8a) ima oblik:

$$u = \exp \left[ -\frac{2\pi y(r)}{h} \right]. \quad (11.2.10)$$

Znak „-“ u izrazu (11.2.10) označava da talasna funkcija eksponencijalno opada u oblasti u kojoj se događa tunel efekt. Prvi i drugi izvod talasne funkcije  $u$ , jednačina (11.2.10), po koordinati  $r$  su:

$$\frac{du}{dr} = -\frac{2\pi}{h} \exp \left[ \frac{-2\pi y(r)}{h} \right] y'(r)$$

i:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} = -\frac{2\pi}{h} \exp \left[ \frac{-2\pi y(r)}{h} \right] y''(r) + \frac{4\pi^2}{h^2} \exp \left[ \frac{-2\pi y(r)}{h} \right] y'^2(r). \quad (11.2.11)$$

U jednačini (11.2.11),  $y' = dy/dr$  a  $y'' = d^2 y/dr^2$ . Zamenjivanjem izraza (11.2.11) u (11.2.8), dobija se:

$$-\frac{h}{2\pi} y'' + y'^2 - F(r) = 0 \quad (11.2.12)$$

pri čemu je:

$$F(r) = 2m \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r} - E \right].$$

Član  $y'' \cdot h/2\pi$  može da se zanemari jer je mnogo manji od vrednosti  $F(r)$ , pa sada jednačina (11.2.12) glasi:

$$y'^2 = F(r) \Rightarrow y' = \sqrt{F(r)}. \quad (11.2.13)$$

Tražimo rešenje diferencijalne jednačine (11.2.13):

$$\frac{dy}{dr} = \sqrt{F(r)} \Rightarrow y(r_1) - y(r_0) = \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{F(r)} dr. \quad (11.2.14)$$

Ako se jednačina (11.2.14) zameni u (11.2.10), dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{\Psi(r_1)}{\Psi(r_0)} = \frac{u(r_1)}{u(r_0)} &= \exp \left\{ -\frac{2\pi}{h} [y(r_1) - y(r_0)] \right\} = \exp \left\{ -\frac{2\pi}{h} \int_{r_0}^{r_1} F(r) dr \right\} = \\ &= \exp \left\{ -\frac{2\pi}{h} \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{2m \left[ \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - E \right]} dr \right\}. \end{aligned} \quad (11.2.15)$$

Verovatnoća prolaska  $\alpha$  - čestice kroz barijeru je, saglasno jednačini (11.2.9):

$$T = \left( \frac{\Psi_1}{\Psi_0} \right)^2 = \left( \frac{u_1}{u_0} \right)^2 = \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2mE} \cdot \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{\frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 E r} - 1} dr \right\} \quad (11.2.16)$$

gde je  $\Psi_1 = \Psi(r_1)$ , odnosno  $\Psi_0 = \Psi(r_0)$  itd. Kako je za  $r=r_1$ :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{E}. \quad (11.2.17)$$

Zamenjivanjem jednačine (11.2.17) u (11.2.16), jednačina (11.2.16) dobija oblik:

$$T = \left( \frac{\Psi_1}{\Psi_0} \right)^2 = \left( \frac{u_1}{u_0} \right)^2 = \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2mE} \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{\frac{r_1}{r} - 1} dr \right\}. \quad (11.2.18)$$

Integral u eksponentu izraza (11.2.18) rešava se uvođenjem smene:

$$\sqrt{\frac{r_1}{r}} - 1 = t$$

a potom parcijalnim integraljenjem. Kao rezultat dobija se:

$$\begin{aligned} \int_{r_0}^{r_1} \sqrt{\frac{r_1}{r}} - 1 dr &= r_1 \sqrt{\frac{r}{r_1} - \frac{r^2}{r_1^2}} \Big|_{r_0}^{r_1} - r_1 \arcsin \sqrt{1 - \frac{r}{r_1}} = \\ &= -r_1 \sqrt{\frac{r_0}{r_1} - \frac{r_0^2}{r_1^2}} + r_1 \arcsin \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_1}}. \end{aligned} \quad (11.2.19)$$

Ako se zna da je:

$$\arcsin \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_1}} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \quad (11.2.20)$$

onda se smenjivanjem (11.2.20) u (11.2.19) dobija:

$$\int_{r_0}^{r_1} \sqrt{\frac{r_1}{r}} - 1 dr = -r_1 \sqrt{\frac{r_0}{r_1} - \frac{r_0^2}{r_1^2}} + r_1 \frac{\pi}{2} - r_1 \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{r_1}}. \quad (11.2.21)$$

Kada se integral (11.2.21) zameni u (11.2.18), dobija se:

$$\begin{aligned} T &= \left( \frac{\Psi_1}{\Psi_0} \right)^2 = \left( \frac{u_1}{u_0} \right)^2 = \\ &= \exp \left\{ -\frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} r_1 \left[ \pi - 2 \sqrt{\frac{r_0}{r_1} - \frac{r_0^2}{r_1^2}} - 2 \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11.2.22)$$

$\alpha$  - čestica se smatra slobodnom kada se nađe u tački sa koordinatom  $r=r_1$ . Tada energija  $\alpha$  - čestice postaje jednaka energiji potencijalne barijere, [videti jednačinu (11.2.17)]:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r_1}.$$

Koeficijent transparentije  $T$ , koji smo teorijskim putem odredili povezan je s konstantom radioaktivnog raspada  $\zeta$  (koja predstavlja verovatnoću da se jezgro raspadne u jednoj sekundi) jednačinom [videti poglavlje 8.5.5 i jednačinu (8.5.79)]:

$$\zeta = \frac{v_1}{2r_0} T \quad (11.2.23)$$

gde je  $v_1$  brzina kretanja  $\alpha$ -čestice u jezgru. Količnik brzine  $\alpha$ -čestice i prečnika jezgra, jednačina (11.2.23) može da se razume i kao broj pokušaja koji  $\alpha$ -čestica napravi u jednoj sekundi da bi na kraju prošla kroz potencijalni bedem. Kako se  $\alpha$ -čestica kreće u potencijalnoj jami prečnika  $2r_0$  ( $r_0$  je poluprečnik jezgra), to u jednoj sekundi rastojanje  $2r_0$   $\alpha$ -čestica, koja ima brzinu  $v_1$ , prelazi  $n$  puta. Prema tome:

$$n = \frac{v_1}{2r_0}.$$

Brzina  $v_1$  može da se proceni iz De Brolijeve jednačine. Smatraćemo da je De Brolijeva talasna dužina  $\alpha$ -čestice uporediva s dimenzijama jezgra i uzećemo da su, npr., dve De Brolijeve talasne dužine  $\alpha$ -čestice jednake poluprečniku jezgra:

$$mv_1 = p_1 = \frac{h}{\lambda}; \quad 2\lambda = r_0 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{2h}{mr_0} \quad (11.2.24)$$

pa je broj pokušaja  $n$  koji  $\alpha$ -čestica učini u jednoj sekundi da napusti jezgro:

$$n = \frac{h}{mr_0^2} = \frac{6,62608 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(4,0015 \times 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (10^{-14} \times 10^{-14}) \text{ m}^2} = 9,972 \times 10^{20}.$$

Konstanta  $\alpha$ -radioaktivnog raspada izračunava se, prema jednačini (11.2.23), množenjem broja pokušaja koje  $\alpha$ -čestica napravi u sekundi da napusti jezgro,  $n$  i koeficijenta propustljivosti  $T$ , dobijenog rešavanjem Šredingerove jednačine, jednačina (11.2.22):

$$nT = \frac{h}{mr_0^2} \exp \left\{ -\frac{2\pi}{h} \cdot \sqrt{\frac{2m}{E}} \cdot \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[ \pi - 2\sqrt{\frac{r_0}{r_1} - \frac{r_0^2}{r_1^2}} - 2 \arcsin \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \right] \right\}.$$

Poslednja jednačina ima složeniji oblik od Gajger-Natalovog pravila ali kvalitativno potvrđuje njegov zaključak da jezgra koja emituju  $\alpha$ -čestice s većom energijom imaju manje vreme poluraspada, odnosno veću konstantu radioaktivnog raspada  $\zeta$ . Zaista, za veću energiju  $E$ ,  $r_1$  je manje, pa izraz u srednjoj zagradi kod eksponencijalnog faktora postaje manji; i član uz eksponencijalni faktor (ispred srednje zagrade) smanjuje se porastom energije  $E$ . Zbog toga je za veće  $E$  ceo eksponent veći, a samim tim je veća i konstanta radioaktivnog raspada  $\zeta$ . Pomoću jednačine (11.2.23) može da se izračuna i vrednost konstante radioaktivnog raspada u određenom slučaju. Uzimamo, opet, izotop urana  ${}_{92}\text{U}^{238}$  kao primer. Poznato je da ovaj izotop emituje  $\alpha$  čestice čija je energija  $E=4,2$  MeV, a za  $r_0$  uzima se vrednost  $10^{-14}\text{m}$ , pa se  $r_1$  izračunava iz uslova:

$$r_1 = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 E} = 6,171 \times 10^{-14} \text{ m}.$$

Zamenjivanjem u (11.2.22) dobija se za koeficijent transparencije  $T = 1,334 \times 10^{-38}$ , pa je konstanta radioaktivnog raspada  $\zeta$ :

$$\zeta = nT = 9,972 \times 10^{20} \times 1,334 \times 10^{-38} = 1,3300 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}.$$

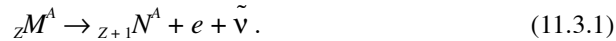
Vreme poluraspada je:

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{\zeta} = 0,5210 \times 10^{17} \text{ s}^{-1} = 1,65 \times 10^9 \text{ godina}.$$

Vreme poluraspada je  ${}_{92}\text{U}^{238}$ , dobijeno eksperimentalnim putem, iznosi  $4,49 \times 10^9$  godina. S obzirom na aproksimacije i pretpostavke učinjene pri proračunu, slaganje teorijskog i eksperimentalnog rezultata (isti red veličine) smatramo sasvim dobrim.

### 11.3 BETA-RASPAD

Pri  $\beta^-$ -raspadu, jezgro roditelj s masenim brojem  $A$  i rednim brojem  $Z$ , koje je označeno simbolom  $M$ , spontano emituje elektron  $e$  i neutralnu česticu, praktično bez mase, koja se zove antineutrino  $\tilde{\nu}$ . Novonastalo jezgro potomak, koje je označeno sa  $N$ , ima za jedinicu veći redni broj i nepromenjeni maseni broj u odnosu na prvobitno jezgro (jezgro roditelj), jednačina (11.3.1):



Prema (11.3.1) pri  $\beta^-$ -raspadu jedan od neutrona u jezgru pretvara se u proton, pa se i pri ovoj vrsti radioaktivnog raspada (kao i kod  $\alpha$ -raspada o kojem je ranije bilo reči) jedan hemijski element pretvara u drugi. Drugi tip  $\beta$ -raspada naziva se  $\beta^+$ -raspad i predstavlja proces pri kojem jezgro spontano emituje pozitron i neutralnu česticu, praktično bez mase, koja se naziva neutrino,  $\nu$ . Pri ovom raspadu nastaje jezgro koje ima za jedinicu manji redni broj i nepromenjeni maseni broj u odnosu na prvobitno jezgro, jednačina (11.3.2):



Prema tome, postoje dva tipa  $\beta$ -raspada, elektronski ili  $\beta$ -raspad i pozitronski  $\beta^+$ -raspad. Pri  $\beta^+$ -raspadu jedan proton u jezgru pretvara se u neutron uz emisiju pozitrona i neutrina. U grupu  $\beta$ -raspada spada i elektronski zahvat ili kako se često zove  $K$ -zahvat. Pri  $K$ -zahvatu jezgro zahvata elektron iz  $K$ -sloja atomskog omotača, a iz jezgra se emituje neutrino:



Pri uzajamnom dejstvu neutrina, odnosno antineutrina i jezgara, može da dođe do emisije elektrona odnosno pozitrona:

$$\nu + {}_Z M^A \rightarrow {}_{Z+1} N^A + e^-; \quad \bar{\nu} + {}_Z M^A \rightarrow {}_{Z-1} N^A + e^+. \quad (11.3.4)$$

$\beta$ -raspad je uslovljen slabim silama i predstavlja primer slabog uzajamnog dejstva. Kako je intenzitet slabe sile za oko 24 reda veličine manji od intenziteta jake (nuklearne) sile, to su prosečna vremena poluraspada  $\beta$ -radioaktivnih jezgara reda veličine minuta ili časa. Pri  $\beta$ -raspadu raspada se pojedinačni nukleon, pa može da se smatra da se proces  $\beta$ -raspada dešava unutar nukleona, a da samo prisustvo jezgra kao sredine u kojoj se događa raspad nije bitno. Tako se i slobodni neutron  $n$  raspada na proton  $p$ , elektron  $e$  i antineutrino  $\bar{\nu}$ , s vremenom poluraspada od 11,7 minuta. Jednačina (11.3.5) prikazuje mehanizam  $\beta^-$ -emisije:

$${}_0 n^1 \rightarrow {}_1 p^1 + e^- + \bar{\nu}. \quad (11.3.5)$$

Prema tome, neki od neutrona u jezgru raspada se na proton, elektron i antineutrino. Elektron i antineutrino napuštaju jezgro. Mehanizam  $\beta^+$  emisije sličan je  $\beta^-$  emisiji, s tom razlikom što se proton raspada na neutron, pozitron i neutrino. Pozitron i neutrino napuštaju jezgro, jednačina (11.3.6):

$${}_1 p^1 \rightarrow {}_0 n^1 + e^+ + \nu. \quad (11.3.6)$$

Smatra se da elektron i antineutrino (kod  $\beta^+$ -raspada), a pozitron i neutrino (kod  $\beta^-$ -raspada), nastaju u trenutku raspada.

$\beta^-$ -radioaktivna jezgra vrlo su rasprostranjena u prirodi ( $\beta^+$ ), se veštački dobijaju u laboratorijama) i mogu da imaju bilo koju vrednost masenog broja  $A$ , za razliku od  $\alpha$ -emitera.  $\alpha$ -emiteri su ili vrlo teška jezgra ili jezgra nekih elemenata iz grupe retkih zemalja.

Oslobodena energija pri jediničnom aktu nekog  $\beta$ -raspada kreće se između 0,02 MeV-a, u slučaju raspada tricijuma:

$${}_1 H^3 \rightarrow {}_2 He^3 + e^- + \bar{\nu} + 0,02 \text{ MeV} \quad (11.3.7)$$

do 13,4 MeV-a, kod raspada izotopa bora ( ${}_5 B^{12}$ ):

$${}_5 B^{12} \rightarrow {}_6 C^{12} + e^- + \bar{\nu} + 13,4 \text{ MeV}. \quad (11.3.8)$$

U energijskom pogledu,  $\beta$ -raspad može da se dogodi kada je:

$$m_{jM} > m_{jN} + m_e \quad (11.3.9)$$

$m_{jM}$ ,  $m_{jN}$ , i  $m_e$  su mase mirovanja jezgra roditelja, jezgra potomka i elektrona, redom.

Jednačinu (11.3.9) izrazićemo i preko masa atoma odgovarajućih elemenata  $M$  i  $N$ . Kako neutralni atom potomka ima u omotaču jedan elektron više od neutralnog atoma roditelja (pri  $\beta^-$ -emisiji redni broj potomka povećava se za jedinicu u odnosu na jezgro roditelja), jednačina (11.3.9) može da se napiše u obliku:

$$m_{jM} + m_{Ze} > m_{jN} + m_{Ze} + m_e \Rightarrow m_{aM} > m_{aN}$$

gde su  $m_{aM}$  i  $m_{aN}$  mase neutralnih atoma roditelja i potomka. Energija  $\beta$ -raspada ( $E_{\beta^-}$ ) na osnovu prethodne jednačine iznosi:

$$E_{\beta^-} = (m_{aM} - m_{aN}) . \quad (11.3.10)$$

Dalje,  $\beta^+$ -raspad može da se dogodi ako je:

$$m_{jM} > m_{jN} + m_{e^+} \quad (11.3.11)$$

gde je  $m_{e^+}$  masa pozitrona. Posmatrajući sada jednačinu (11.3.11) u odnosu na neutralne atome roditelja i potomka, napisaćemo:

$$m_{jM} + m_{Ze} + m_e > m_{jN} + m_{Ze} + 2m_e \Rightarrow m_{aM} > m_{aN} + 2m_e . \quad (11.3.12)$$

Jednačina (11.3.12) pokazuje da  $\beta^+$ -raspad može da se dogodi samo ako je masa mirovanja atoma roditelja bar za iznos dve mase mirovanja elektrona veća od mase mirovanja potomka. Energija  $\beta^+$ -raspada ( $E_{\beta^+}$ ), prema tome, je:

$$E_{\beta^+} = [m_{aM} - (m_{aN} + 2m_e)]c^2 . \quad (11.3.13)$$

Na sličan način napisaćemo za  $K$ -zahvat:

$$m_{jM} + m_e > m_{jN} \Rightarrow m_{aM} > m_{aN}$$

jer jezgro roditelj ima za jedinicu veći redni broj od jezgra potomka. Energija  $E$  koja se oslobađa pri  $K$ -zahvatu,  $E_K$  je:

$$E_K = (m_{aM} - m_{aN})c^2 . \quad (11.3.14)$$

I pozitronski raspad i  $K$ -zahvat dovode do istog rezultata: jedan proton u jezgru biva zamenjen neutronom. Prema tome,  $\beta^+$ -raspad i elektronski raspad su konkurentni procesi. Sa energijske tačke gledišta, uporediti jednačine (11.3.13) i (11.3.14), elektronski raspad je povoljniji. Takođe, može da se dogodi da je u skladu sa jednačinama (11.3.13) i (11.3.14), elektronski raspad moguć, a da  $\beta^+$ -raspad nije. To se događa kada je:

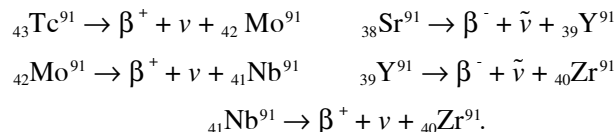
$$m_{aN} + 2m_e > m_{aM} > m_{aN} .$$

Sasvim uopšteno možemo zaključiti da  $\beta$ -raspadom nestabilno jezgro roditelj prelazi u stabilnije jezgro potomka koje se odlikuje većom energijom vezivanja po nukleonu što ćemo pokazati analizom energija veze po nukleonu **izobarnih jezgara**.

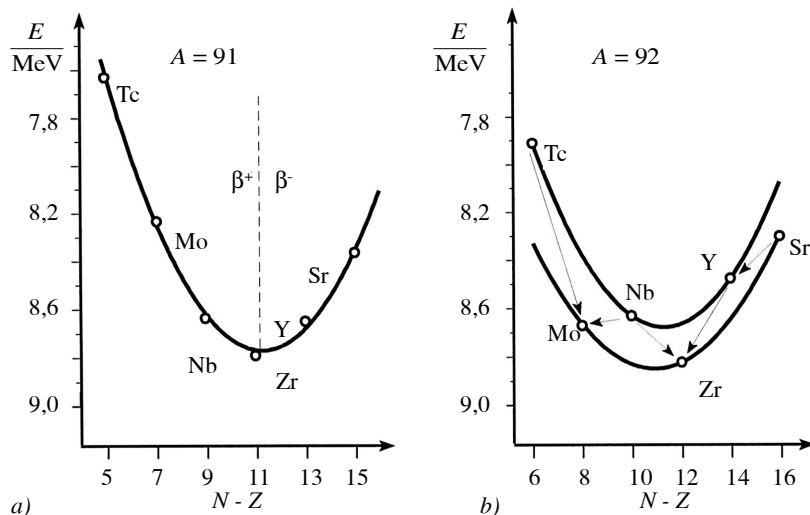
Proučavanjem izobarnih jezgara [izobari imaju isti maseni broj  $A$ , a različit broj protona  $Z$ , odnosno neutrona ( $A-Z$ ) u jezgru] može da se ustanovi, da pri određenom masenom broju  $A$ , kada je  $A$  neparan broj, postoji samo **jedno** stabilno jezgro [I Matauhovo (J. Mattauach) pravilo]. Kada je maseni broj  $A$  paran, tada postoje **bar dva** stabilna jezgra, čiji se redni brojevi razlikuju za dve jedinice i imaju i parni broj protona i parni broj neutrona (ovo je II Matauhovo pravilo). Ova pravila



postaju očigledna ako se, kao na Slici 11.3.1a, prikažu energije vezivanja po nukleonu u zavisnosti od razlike broja neutrona i protona,  $N-Z$ , za izobare s neparnim masenim brojem  $A$ . Ova zavisnost izražena je parabolom u čijem maksimumu leži jezgro sa određenom vrednošću za  $N-Z$ . U našem primeru to je jezgro cirkonijuma  ${}_{40}\text{Zr}^{91}$ , jedino stabilno jezgro s masenim brojem 91. Sva jezgra koja na paraboli leže levo i desno od cirkonijuma su radioaktivna. Jezgra Y i Sr su  $\beta^-$ -aktivna, a Tc, Mo i Nb su  $\beta^+$ -radioaktivna:



Kriva koja prikazuje energije vezivanja po nukleonu u zavisnosti od  $N-Z$ , predstavljena je Slikom 11.3.1, za izobare s parnim masenim brojem  $A$ . Tačke leže na dvema parabolama. Na donjoj paraboli, kojoj odgovara veća energija vezivanja po nukleonu za određeno  $N-Z$ , leže jezgra tipa paran-paran (i broj neutrona i broj protona su im parni brojevi). Na gornjoj paraboli leže jezgra tipa neparan-neparan (i broj protona i broj neutrona su im neparni brojevi). U navedenom primeru stabilni izobari (maseni broj  $A=92$ ) su jezgra  ${}_{40}\text{Zr}^{92}$  i  ${}_{42}\text{Mo}^{92}$ . Jezgra  ${}_{38}\text{Sr}^{92}$  i  ${}_{39}\text{Y}^{92}$  su  $\beta^-$ -aktivna, a jezgro  ${}_{43}\text{Tc}^{92}$  je  $\beta^+$ -radioaktivno. Zanimljivo je to da jezgro  ${}_{41}\text{Nb}^{92}$  može da pokazuje kako  $\beta^-$ -aktivnost tako i  $\beta^+$  aktivnost. U opštem slučaju, prema II Matauhovom pravilu, može da postoji više stabilnih izobara s parnim brojem protona i neutrona. Njihovi redni brojevi moraju da se razlikuju za dve jedinice. Prema Slici 11.3.1 jasno je da  ${}_{42}\text{Mo}^{92}$  ima nižu energiju vezivanja od  ${}_{40}\text{Zr}^{92}$ . Prelaz  ${}_{42}\text{Mo}^{92}$  u  ${}_{40}\text{Zr}^{92}$  mogao bi da se ostvari emisijom dva pozitrona, što nije verovatno.



Slika 11.3.1 Zavisnost energije vezivanja po nukleonu od  $N-Z$  ( $N$  je broj neutrona, a  $Z$  broj protona): a) za izobare sa neparnim masenim brojem  $A$ ; b) za izobare sa parnim masenim brojem.

Optimalna vrednost broja  $Z$  za određeni maseni broj  $A$  može da se odredi kao ekstremna vrednost funkcije energije veze. Tačan oblik funkcije energije veze nije poznat ali su u upotrebi približne funkcije koje proizlaze iz određenog modela jezgra (pogledati poglavlje o modelima jezgra). Jednu od njih predložio je Fon Vajceker, na osnovu modela kapi:

$$B = a_1 A - A_2^{2/3} a_3 - \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A}. \quad (11.3.15)$$

U jednačini (11.3.15)  $B$  je energija veze po nukleonu. Kada se potraži prvi izvod funkcije  $B$  po promenljivoj  $Z$ ,  $dB/dZ$  i izjednači se s nulom, dobija se jednačina pomoću koje se određuje vrednost  $Z_{opt}$  koja predstavlja apscisu maksimuma energije veze:

$$\frac{dB}{dZ} = -\frac{2a_3 Z_{opt}}{A^{1/3}} + \frac{2a_4(A/2 - Z_{opt})}{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_{opt} = \frac{a_4 A}{2(a_4 + a_3 A^{2/3})}.$$

Ako se zamene vrednosti empirijskih konstanti  $a_3$  i  $a_4$ , dobija se za  $Z_{opt}$ :

$$Z_{opt} = \frac{A}{2 \times 0,015 \times A^{2/3}}.$$

Kada je redni broj jezgra  $Z$  (za određenu vrednost masenog broja  $A$ ) manji od optimalne vrednosti  $Z_{opt}$ ,  $Z < Z_{opt}$ , jezgro je nestabilno i pokazuje  $\beta^-$ -radioaktivnost, dok su jezgra kod kojih je  $Z > Z_{opt}$ ,  $\beta^+$ -radioaktivna.

Pri  $\beta^-$ -raspadu, za razliku od  $\alpha$ -raspada, jezgro napuštaju dve čestice. Prema tome, za  $\beta^-$ -raspad karakteristična je, ne samo ukupna energija koja se oslobađa, već i raspodela te energije na čestice koje se emituju (jedan vrlo mali deo energije odlazi na uzmak jezgra potomka i obično se pri razmatranju zanemaruje). Oslobođena energija pri  $\beta^-$ -raspadu  $E_\beta$  ispoljava se kao kinetička energija emitovanih čestica i to kao kinetička energija elektrona  $T_e$ , antineutrina  $T_\nu$  (ili pozitrona i neutrina) i kinetička energija jezgra potomka  $T_{jp}$ :

$$E_{\beta^-} = T_e + T_\nu + T_{jp}; \quad E_{\beta^-} \approx T_e + T_\nu \quad (11.3.16)$$

$$E_{\beta^+} = T_e + T_\nu + T_{jp}; \quad E_{\beta^+} \approx T_e + T_\nu.$$

Zbog ispunjenosti zakona o održanju impulsa, važi jednačina:

$$\vec{p}_e + \vec{p}_\nu + \vec{p}_{jp} = 0 \quad (11.3.17)$$

$$\vec{p}_{e^+} + \vec{p}_\nu + \vec{p}_{jp} = 0.$$

Kako je radioaktivnost statistička pojava, raspodela energije raspada između elektrona i antineutrina je (i pozitrona i neutrina) slučajna. To znači, da odnos između energije koju nosi elektron i energije koju ima antineutrino (pozitron i neutrino) može da bude bilo koji. Zato kinetička energija elektrona i antineutrina, statistički posmatrano, može da se kreće od nule pa do neke najveće moguće vrednosti  $E_m$ . Ovakav se rezultat, u obliku potpuno određene raspodele  $N(E)$  emitovanih elektrona po energijama, i dobija pri posmatranju raspada velikog broja identičnih  $\beta^-$ -aktivnih jezgara. Ova raspodela zove se još i spektar energije elektrona kod  $\beta^-$ -raspada. Na Slici 11.3.2 prikazan je takav spektar, gde  $N(E)$  označava broj elektrona s nekom energijom  $E$ . Ovakav kontinualni spektar, predstavljen glatkom krivom, završava se nekom maksimalnom energijom  $E_m$ . Kontinualnost spektra emitovanih elektrona kod  $\beta^-$ -raspada navela je 1930. godine Paulija da predkaže postojanje antineutrina i neutrina i postavi hipotezu prema kojoj se pri  $\beta^-$ -raspadu iz jezgra emituje par čestica. Kod  $\beta^-$ -raspada emituju se elektron i antineutrino, a kod  $\beta^+$ -raspada pozitron i neutrino. Prema tome u jednom aktu  $\beta^-$ -raspada emituje se energija koja odgovara vrednosti  $E_m$  sa Slike 11.3.2, a ova energija na proizvoljni način raspodeljuje se između elektrona i antineutrina (kod  $\beta^-$ ), odnosno između pozitrona i neutrina (kod  $\beta^+$ -raspada). Maksimalna energija sa Slike 11.3.2 ( $E_m$ ) praktično je jednaka energiji  $\beta^-$ -raspada, [videti jednačine (11.3.10) i (11.3.16)].

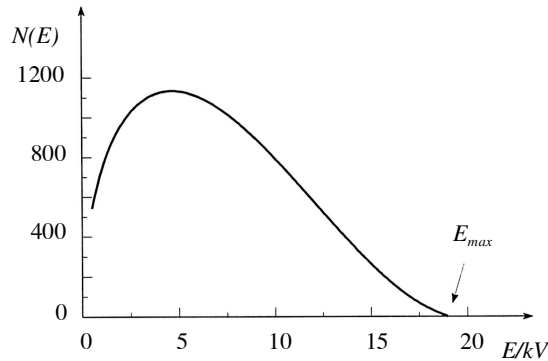
Pored energije i impulsa kod  $\beta^-$ -raspada održava se i moment impulsa. Ukupni moment impulsa dobija se slaganjem orbitnog i spinskog momenta. Prema tome, za par čestica, elektron i antineutrino, ukupni moment impulsa je zbir orbitnog moment njihovog relativnog kretanja i njihovog ukupnog spinskog momenta. U slučaju  $\beta^-$ -raspada relativni orbitni moment elektrona i antineutrina (pozitrona i neutrina) obično je nula. S druge strane, iz eksperimentalnih podataka poznato je to da razlika spinova jezgara roditelja i potomka može da bude 0 ( $\Delta I = 0$ ), npr. kod raspada  ${}_8O^{14} \rightarrow {}_7N^{14} + e^+ + \nu$  gde  ${}_8O^{14}$  i  ${}_7N^{14}$  imaju spin  $1\hbar$  ili  $\pm 1$  ( $\Delta I = \pm 1$ ) kao u slučaju  ${}_2He^6 \rightarrow {}_3Li^6 + e^- + \bar{\nu}$ , pri čemu jezgra  ${}_2He^6$  i  ${}_3Li^6$  imaju spinove 0 i  $1\hbar$ , redom. Kako važi zakon o održanju spinova (spin jezgra roditelja mora da bude jednak zbiru spinova jezgra potomka i svih čestica koje se emituju), to sledi da ukupni spinski moment  $S_z$ <sup>22</sup> za par čestica elektron i antineutrino (pozitron i neutrino) može da bude 0 ili  $1\hbar$ . Kako elektron (i pozitron) imaju polubrojne spinove, pa može da se zaključi da su i neutrino (i antineutrino) čestice sa polubrojnim spinom ( $s_z = 1/2 \hbar$ ).

Navedeni primeri odnose se na tzv. dozvoljene prelaze, a to znači da se raspadovi ovog tipa odlikuju relativno velikom verovatnoćom raspada.<sup>23</sup>

Raspad slobodnog neutrona može da se predstavi kao:

<sup>22</sup>  $S_z$  je, u stvari, projekcija spina na z-osu.

<sup>23</sup> Orbitni momenti emitovanog elektrona i antineutrina ne moraju uvek da budu nula – oni mogu da se nalaze npr. u  $p$  stanju ( $l=1$ ), a takvi prelazi zovu se zabranjeni i tada razlika spinova roditelja i potomka mora da bude veća od 1, npr.  $\pm 2$ . Verovatnoća raspada ovih jezgara je mala, pa se takva jezgra odlikuju velikim vremenom poluraspada.



Slika 11.3.2 Spektar energije emitovanih elektrona pri  $\beta$ -raspadu. Na ordinati je predstavljen broj elektrona s određenom energijom, a na apscisi je energija  $E$ . Kriva seče apscisnu osu u tački  $E_m$  koja je jednaka energiji  $\beta$ -raspada.

$$\begin{array}{ccccccc} n & \rightarrow & p & + & e & + & \tilde{\nu} \\ 1/2 & & 1/2 & & 1/2 & & \end{array}$$

Ispod svake čestice napisane su vrednosti kvantnih brojeva spina. Spinski kvantni broj neutrona je  $1/2$ , pa je i projekcija ukupnog momenta impulsa (a to je zbir orbitnog i spinskog dela) neutrona koji miruje  $\pm 1/2\hbar$ , dakle i on je polubrojni. Projekcija ukupnog momenta u konačnom stanju jednaka je algebarskoj sumi projekcija orbitnih i spinskih momenata svih čestica. Kako su projekcije svih orbitnih momenata u principu celobrojne (u ovom slučaju su nula jer su orbitni momenti nula), projekcija ukupnog momenta može da bude polubrojna samo pri polubrojnoj vrednosti spina antineutrina (i neutrina), jer su i proton i elektron (i neutron i pozitron) čestice s polubrojnim spinovima. Znatno je, međutim, teže bilo odrediti tačne vrednosti spinova neutrina i antineutrina. Godinama se jednostavno smatralo da ovaj spin iznosi  $1/2\hbar$ , mada ni vrednost od  $3/2\hbar$  u principu nije mogla biti isključena. Posle dugogodišnjih istraživanja, na osnovu pravila izbora za različite raspade, kao i nekih drugih podataka, zaključeno je da kvantni broj spina neutrina i antineutrina mora da bude  $1/2$ , odnosno da je  $s_z = 1/2\hbar$ .

Kao što je pomenuto, pri  $\beta$ -raspadu (kao i kod drugih raspada) moraju da budu ispunjeni zakoni o održanju naelektrisanja, barionskog i leptonskih brojeva. Barionski i leptonski brojevi su celobrojni i aditivni kao i naelektrisanje. Barioni (u koje spadaju proton i neutron) imaju barionski broj različit od nule, dok su im leptonski brojevi nula. Tako, proton i neutron imaju barionske brojeve 1 (a leptonske nula). Barioni imaju polubrojne spinove i spadaju u fermione. Leptoni su lake čestice (njihovo međusobno dejstvo uslovljeno je slabim silama) sa leptonskim brojevima različitim od nule, a barionskim brojem jednakim nuli. Leptoni imaju, takođe, polubrojni spin i predstavljaju fermione. Elektron, pozitron, elektronski (postoje i mezonski) antineutrino i neutrino su leptoni. Vrednost prvog leptonskog broja elektrona i neutrina je  $+1$ , dok kod pozitrona i antineutrina iznosi  $-1$ . Ostali leptonski brojevi elektrona, pozitrona, elektronskog neutrina i antineutrina su nula. Kod radioaktivnih raspada održavaju se naelektrisanja, barionski i leptonski brojevi. Ako je pre raspada naelektrisanje bilo 0, ono mora da bude takvo i posle raspada. Ako je barionski broj pre raspada bio 1, mora da bude 1 i posle raspada, itd. Uz čestice koje učestvuju u  $\beta$ -i  $\beta^+$ -raspadu označili smo vrednosti njihovih naelektrisanja ( $Z$ ), ba-

rionskih ( $B$ ) i prvih leptonskih brojeva ( $L$ ), da bi se videla ispunjenost odgovarajućih zakona održanja:

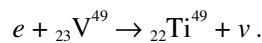
$$\begin{aligned} {}_0n^1 &\rightarrow {}_1p^1 + e + \tilde{\nu} \\ Z &= 0 \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\ B &= 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ L &= 0 \quad 0 \quad 1 \quad -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_1p^1 &\rightarrow {}_0n^1 + e^+ + \nu \\ Z &= 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \\ B &= 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\ L &= 0 \quad 0 \quad -1 \quad +1. \end{aligned}$$

Parovi elektron-pozitron, neutrino-antineutrino, predstavljaju primere parova **čestica-antičestica**. Skoro svakoj čestici može da se pridruži antičestica (antičesticu nemaju „prave” neutralne čestice: kod njih su, pored naelektrisanja i ostali brojevi: barionski, leptonski jednaki nuli). Antičestica je kao slika u ogledalu čestice. Čestica i antičestica imaju iste mase, a naelektrisanja, barionski (ili leptonski) brojevi su im suprotnog znaka. Sistem čestica – antičestica je „istinski” neutralni sistem. Tako i proton ima antičesticu antiproton, antičestica neutrona je antineutron. Kao što će se kasnije videti, čestica i antičestica mogu da se „ponište”, posle čega nastaje elektromagnetno zračenje velike energije, npr.  $\gamma$ -zračenje. Moguć je i suprotni proces – nastajanje parova čestica iz  $\gamma$ -kvanata.

### 11.3.1 K-zahvat

K-zahvat je konkurentski proces  $\beta^+$ -raspadu. Razlikuje se od  $\beta^+$ -raspada po tome što se iz jezgra emituje samo jedna čestica, neutrino, koja sa sobom odnosi tačno određenu energiju. Na primer:



Dakle, jezgro (u ovom slučaju vanadijuma) zahvata elektron iz  $K$  sloja atomskog omotača, iz jezgra izleće neutrino, a u jezgru jedan proton biva zamenjen neutro-  
nom:

$$e + p \rightarrow n + \nu.$$

Određivanjem uzmaka jezgra potomka pri K-zahvatu, može da se odredi impuls neutrina  $\vec{p}_\nu$ . Energija uzmaka izračunava se uz pretpostavku da je jezgro roditelja mirovalo pre K-zahvata. Saglasno zakonu o održanju impulsa, impuls neutrina koji napušta jezgro kod K-zahvata, istog je intenziteta i pravca, a suprotnog je smera u odnosu na impuls jezgra potomka,  $\vec{p}$ :

$$\vec{p}_\nu + \vec{p} = 0. \quad (11.3.18)$$

Zakon o održanju energije može da se napiše sada kao:

$$c|\vec{p}_\nu| + \frac{p^2}{2M_a} = E \quad (11.3.19)$$

pri čemu je  $c$  brzina svetlosti, a  $c|\vec{p}_\nu|$  je energija neutrina za koji se pretpostavlja da se prostire brzinom svetlosti,  $M_a$  je masa jezgra potomka, a  $E$  energija koja se oslobađa pri K-zahvatu. Iz jednačina (11.3.18) i (11.3.19) sledi:

$$E_{uz} = \frac{p^2}{2M_a} = \frac{E^2}{2M_a c^2}. \quad (11.3.20)$$

Jednačina (11.3.20) može da se dobije zamenom  $|\vec{p}_\nu|$  iz jednačine (11.3.18) u (11.3.19). Tada se dobija:

$$-\frac{p^2}{2M_a} + cp + E = 0 \Rightarrow p_{1/2} = M_a c \left[ -1 \pm \sqrt{1 + \frac{2E}{M_a c^2}} \right].$$

Izraz u zagradi razvije se u Maklorenov red, a kao dovoljno dobra aproksimacija uzimaju se prva dva člana jer je  $E \ll M_a c^2$ :

$$\sqrt{1 + \frac{2E}{M_a c^2}} \sim 1 + \frac{E}{M_a c^2}$$

pa se za  $p$  dobija:

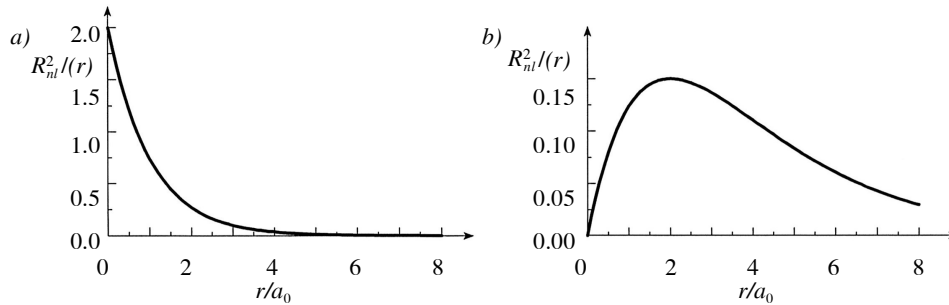
$$p = \frac{E}{c}. \quad (11.3.21)$$

Zamenjivanjem (11.3.21) u (11.3.20) dobija se:

$$E_{uz} = \frac{E^2}{2M_a c^2}.$$

Energija uzmarka relativno je mala veličina, a eksperimentalno može da se odredi samo za veoma laka jezgra.

Naziv K-zahvat znači da dolazi do zahvatanja tzv. K elektrona, dakle elektrona iz K-sloja atomskog omotača, koji je i najbliži jezgru. Ovo ima i teorijsko opravdanje. Jedino se kod  $s$ -orbitale, radijalna funkcija gustine verovatnoće razlikuje od nule za  $r=0$  (što odgovara položaju jezgra), Slika 11.3.3. S druge strane, K-zahvat se zapaža kod težih atoma i verovatnoća za K-zahvat povećava se s povećanjem mase jezgra. To se dešava zato što je kod težih atoma elektronsko naelektrisanje skoncentrisano bliže jezgru, a to pokazuje i tok radijalne funkcije gustine verovatnoće nalaženja elektrona,  $\Psi \cdot \Psi^*$ . Ova funkcija kod težih jezgara ima strmiji tok i za  $r=0$  ima veću vrednost od vrednosti funkcije gustine verovatnoće nekog lakšeg atoma. Kao posledica K-zahvata obično se javlja karakteristično rendgensko

Slika 11.3.3 Radijalne funkcije gustine verovatnoće za  $1s$  i  $2p$  orbitalu.

zračenje, koje nastaje pri popunjavanju praznine u K-sloju atomskog omotača, stvorene zahvatanjem elektrona. Istovremeno, otkrivanjem ovog pratećeg  $x$ -zračenja posredno se dokazuje da se dogodio K-zahvat. Popunjavanje praznine u K-sloju ne mora obavezno da bude praćeno emisijom kvanata  $x$ -zračenja. Drukčiji put je tzv. neradijacioni prelaz pri kojem se ekvivalent energije ( $x$ -kvanta) predaje nekom od elektrona iz gornjih slojeva atomskog omotača. Ovaj elektron biva izbačen iz atoma s kinetičkom energijom koja je jednaka razlici primljene energije i energije veze koju je elektron imao u atomu.

### 11.3.2 Neutrino i antineutrino

Kao što smo pomenuli, zadovoljavajuće teorijsko objašnjenje  $\beta$ -raspada zasnovano je na pretpostavci da se pri  $\beta$ -raspadu iz jezgra emituju dve čestice, elektron i antineutrino, a pri  $\beta^+$ -raspadu pozitron i neutrino. S obzirom na to da su mase mirovanja neutrina i antineutrina bliske nuli i da je reč o česticama bez naelektrisanja, koje su zbog toga u slabom uzajamnom dejstvu sa sredinom kroz koju prolaze, razumljivo je da je od trenutka postuliranja neutrina i antineutrina pa do njihovog otkrivanja, moralo da prođe dosta vremena. Za dobijanje dokaza da antineutrino prati  $\beta$ -raspad korišćene su dve metode. Prva se sastojala u proučavanju uzmarka jezgra pri  $\beta$ -emisiji. Kada radioaktivno jezgro emituje jednu ili više čestica, onda novonastalo jezgro potomka odskoči – uzmakne brzinom koja je određena, kao što je već rečeno, zakonom o održanju impulsa. Ako je emitovan samo elektron, onda se i pravac i brzina uzmarka razlikuju od onih kada je emitovan i antineutrino. Dokazivanje postojanja antineutrina na ovaj način bilo je otežano jer je energija uzmarka mala veličina. Dobijeni rezultati, na osnovu ovakvih merenja, nisu protivrečili hipotezi o emisiji antineutrina. Druga metoda za otkrivanje antineutrina zasniva se na posmatranju njegovog sadejstva s protonom, a zatim praćenjem interakcija u kojima učestvuju čestice nastale pri uzajamnom dejstvu antineutrina i protona. Interakciju antineutrina i protona prikazujemo relacijom:

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^+ \quad (11.3.22)$$

u kojoj se proton pri interakciji s antineutrinom pretvara u neutron uz nastajanje pozitrona. Nastali pozitron sudario bi se, zatim, kratko vreme posle svog nastanka, s elektronom, pri čemu dolazi do *anihilacije* (poništanja) para elektron-pozitron uz nastajanje dva  $\gamma$  kvanta (videti i poglavlje 11.4.3):

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma \quad (h\nu_\gamma = 0.51 \text{ MeV}). \quad (11.3.23)$$

Teorijska izračunavanja, međutim, pokazuju da je verovatnoća interakcije antineutrina s protonom tako mala da bi antineutrino u proseku morao da pređe kroz vodu put od oko stotinu svetlosnih godina (svetlosna godina je put koji svetlost pređe za godinu dana), pre nego što bi došlo do ovakvog uzajamnog dejstva. S druge strane, verovatnoća ovakve interakcije bila bi znatno veća pri vrlo velikom fluksu antineutrina. Izuzetno veliki fluks antineutrina očekuje se u blizini reaktora za nuklearnu fisiju, jer se za vreme rada reaktora stvara velika količina radioaktivnih elemenata koji su  $\beta$ -aktivni. Polazeći od ovih pretpostavki eksperiment dokazivanja postojanja antineutrina izveli su Rajns i Kauen (F. Reins i I. Cowan) 1953. godine a poboljšanu verziju isti autori izvode 1956. godine. Aparatura se sastojala od nekoliko rezervoara. Dva rezervoara, ispunjena vodom (oko 200 l što čini oko  $10^{28}$  protona) i malom količinom rastvorenog  $\text{CdCl}_2$ , bila su rezervoari mete. Detektorski rezervoari bili su ispunjeni nekim organskim scintilatorom. Pretpostavljalo se to da će fluks antineutrina (iz reaktora) koji proleću kroz vodu, pri interakciji sa protonima molekula vode proizvesti, prema relaciji (11.3.22), neutrone i pozitrone. Očekuje se, da za izuzetno kratko vreme, pozitron stupi u uzajamno dejstvo s elektronom (kojih, takođe, ima zbog raspada  $\beta$ -aktivnih jezgara). Rezultat ovakve interakcije je anihilacija para elektron-pozitron, uz emisiju dva  $\gamma$ -fotona od po 0,51 MeV-a [relacija (11.3.23)] koji bi prodrli kroz metu dajući istovremeno signale u dva scintilaciona detektora postavljena na suprotnim krajevima mete. U međuvremenu, neutron bi prešao manje ili više krivudavu putanju kroz vodu. Statistički posmatrano, nekoliko milionitih delova sekunde posle svog postanka, neutron bi naišao na jezgro kadmijuma (koje ima izuzetno veliki efikasni presek za apsorpciju neutrona), koje bi ga zarobilo. Jedna od posledica zarobljavanja, koje teče u skladu sa nuklearnom reakcijom (11.3.24), bila bi emisija energije od oko 9 MeV-a u vidu 3-4 fotona  $\gamma$ -zraka. Ovi  $\gamma$ -fotoni ušli bi u detektorski rezervoar i izazvali bleskove svetlosti koji se pojavljuju kratko vreme posle onih koji su bili izazvani fotonima nastalim pri anihilaciji para elektron-pozitron. U eksperimentu je koincidentnim merenjem  $\gamma$  kvanata nastalih anihilacijom para pozitron-elektron i  $\gamma$  kvanata koji prate zahvatanje neutrona jezgrom kadmijuma, dokazano postojanje antineutrina:

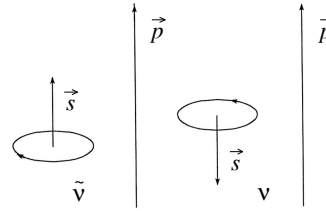


Neutrino, odnosno antineutrino imaju samo jednu od dve moguće orijentacije spina u odnosu na smer impulsa (smer kretanja). Spin antineutrina odgovara okretanju u smeru kazaljke na satu, desni zavrtanj, a vektor spina postavlja se u smeru impulsa. Spin neutrina odgovara okretanju suprotno smeru kazaljke na satu, a vektor spina postavlja se u smeru suprotnom od smera impulsa; helicitet<sup>24</sup> ili heličnost antineutrina je + 1, a neutrina -1, Slika 11.3.4.

<sup>24</sup> Heličnost ili helicitet je veličina sa dve vrednosti, 1 i -1. Helicitet 1 imaju čestice kod kojih vektor spina ima smer impulsa, a čestice čiji spin ima smer suprotan smeru impulsa imaju helicitet -1.



Kao što je pomenuto, neutrino i antineutrino predstavljaju primer **čestice** i **antičestice**. Čestica i antičestica imaju jednake mase i spinove. Električna naelektrisanja su im jednaka po količini, a suprotnog su znaka. Barionski brojevi su im suprotnog znaka osim ako nisu nula, a leptonski brojevi su im, takođe, suprotnog znaka. Iz teorijskih razmatranja nedvosmisleno sledi da su neutrino i antineutrino različiti, da je reč o dve čestice, tačnije, o čestici i antičestici. Ovo je i potvrđeno eksperimentalno, na sledeći način. Uzajamnim dejstvom neutrona i neutrina nastaju proton i elektron:



Slika 11.3.4 Neutrino i antineutrino.

$$\nu + n \rightarrow p + e .$$

Ako bi neutrino i antineutrino bili identični, onda bi mogla da se očekuje i reakcija:

$$\tilde{\nu} + n \rightarrow p + e .$$

Proveravanje mogućnosti odigravanja prethodne nuklearne reakcije izvršeno je tako što je jezgro hlora,  ${}_{17}\text{Cl}^{37}$  izloženo fluksu čestica koje prate  $\beta^-$ -raspad. Ako bi se pri  $\beta^-$ -raspadu oslobađale čestice identične neutrinima, kao rezultat njihove interakcije s jezgrom hlora nastalo bi jezgro  ${}_{18}\text{Ar}^{37}$ . Ovo nije dokazano eksperimentalnim putem, pa zaključujemo da pri  $\beta^-$ -raspadu nastaju čestice koje se razlikuju od neutrina. To su antineutrini.

#### 11.4 GAMA-ZRAČENJE

$\gamma$ -zranci su elektromagnetni talasi koje emituju pobuđena jezgra atoma. Spektar  $\gamma$ -zračenja je diskretan. Znači energijski nivoi jezgra su diskretni, pa se i emisija  $\gamma$ -zraka tumači kao prelaz jezgra iz nekog od postojećih pobuđenih energijskih nivoa u niži nivo. Emitovani  $\gamma$ -fotoni imaju veliku energiju i to od nekoliko desetina keV do nekoliko MeV.  $\gamma$ -zračenje obično prati procese  $\alpha$ -ili  $\beta$ -raspada. Kao što smo već istakli, pri  $\alpha$ - ili  $\beta$ -raspadu može da nastane jezgro potomak u svom osnovnom ili nekom od svojih pobuđenih stanja. Pobuđeno jezgro obično prelazi u osnovno stanje uz emisiju  $\gamma$ -zračenja. Na primer u ThC ( ${}_{83}\text{Bi}^{212}$ ) koji prelazi u ThC'' ( ${}_{81}\text{Tl}^{208}$ ), emitujući  $\alpha$ -čestice čije energije mogu da se razvrstaju u pet grupa, rekonstruišaćemo šemu energijskih nivoa jezgra potomka. ThC emituje  $\alpha$ -čestice s energijama: 6,0930; 6,0537; 5,7709; 5,6283 i 5,6095 MeV. Pretpostavljajući da se raspad vrši uvek sa određenog nivoa ThC  $E_0$  na različite nivoe ThC'' ( $E=E_1, E_2, \dots$ ), odredićemo, u svakom pojedinom slučaju, energiju raspada prema relaciji:

$$E_0 - E = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} + \frac{M_j v_j^2}{2} \quad (11.4.1)$$

gde je  $m_\alpha$  masa  $\alpha$ -čestice,  $v_\alpha$  brzina  $\alpha$ -čestica,  $M_j$  masa jezgra potomka, a  $v_j$  brzina uzmaka jezgra potomka. Kako važi zakon o održanju impulsa:

$$m_\alpha v_\alpha = M_j v_j \quad (11.4.2)$$

sledi da je:

$$E_0 - E = \frac{m_\alpha + M_j}{M_j} \cdot \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}. \quad (11.4.3)$$

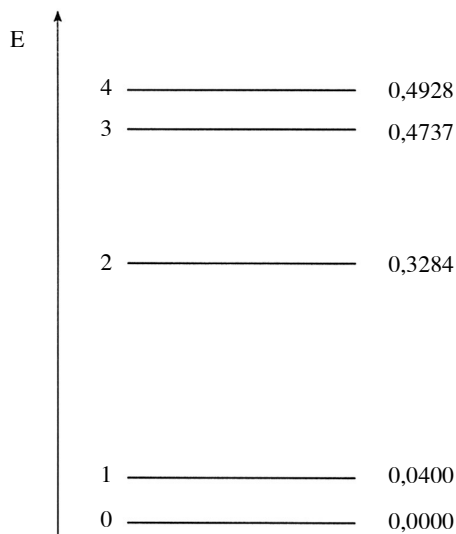
Pomoću jednačine (11.4.3), znajući  $m_\alpha$  i  $M_j$ , izračunavaju se energije  $\alpha$ -raspada koje odgovaraju navedenim vrednostima energije  $\alpha$ -čestica. One iznose:

$$\begin{aligned} E_0 - E_1 &= 6,2103 \text{ MeV} \\ E_0 - E_2 &= 6,1703 \text{ MeV} \\ E_0 - E_3 &= 5,8819 \text{ MeV} \\ E_0 - E_4 &= 5,7366 \text{ MeV} \\ E_0 - E_5 &= 5,7175 \text{ MeV.} \end{aligned} \quad (11.4.4)$$

Sukcesivnim oduzimanjem svake vrednosti ( $E_0 - E_i$ ) od prethodne a koje su poredane u pet redova prema relaciji (11.4.4), dobijamo razlike energija:

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= 0,0400 \text{ MeV} \\ E_3 - E_1 &= 0,3284 \text{ MeV} \\ E_4 - E_1 &= 0,4737 \text{ MeV} \\ E_5 - E_1 &= 0,4928 \text{ MeV.} \end{aligned} \quad (11.4.5)$$

Neka je  $E_1 = 0$ , pa se kod ThC'', dobija šema energijskih nivoa prikazana na Slici 11.4.1.



Slika 11.4.1 Šema energijskih nivoa ThC''.

Ako je šema energijskih nivoa ispravno dobijena, onda se, formiranjem razlika između energijskih nivoa, izračunavaju energije  $\gamma$ -fotona koji prate  $\gamma$ -raspad  $\text{ThC}''$ :<sup>25</sup>

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (11.4.6)$$

U Tabeli 11.4.1 prikazane su takve razlike i upoređene su s podacima iz izmerenog  $\gamma$ -spektra  $\text{ThC}''$ . Od deset razlika šest se poklapa (u granicama eksperimentalne greške) sa energijama  $\gamma$ -kvanata. Očigledno je to da svi prelazi nisu dozvoljeni (prazna mesta u tabeli) i da, kao i kod optičkih prelaza, u atomu važe određena pravila izbora.

Tabela 11.4.1 Izračunate i izmerene energije  $\gamma$ -kvanata

	$\Delta E/\text{MeV}$	$h\nu_\gamma$
$E_4 - E_3$	0,0191	
$E_4 - E_2$	0,1644	
$E_4 - E_1$	0,4528	
$E_4 - E_0$	0,4928	0,4511
$E_3 - E_2$	0,1453	
$E_3 - E_1$	0,4337	0,4317
$E_3 - E_0$	0,4737	0,4709
$E_2 - E_1$	0,2884	0,2869
$E_2 - E_0$	0,3284	0,3267
$E_1 - E_0$	0,0400	0,0399

Razmotrimo sada uticaj uzmarka jezgra na emisiju emitovanog  $\gamma$ -kvanta. Pretpostavićemo da je jezgro pre emisije mirovalo. Na osnovu važenja zakona o održanju energije i impulsa, energiju uzmarka možemo izračunati pomoću relacija:

$$E = h\nu + \frac{M_j v_j^2}{2} \quad (11.4.7)$$

$$M_j v_j = \frac{h\nu}{c}$$

pri čemu je  $M_j$  masa jezgra potomka, a  $v_j$  njegova brzina uzmarka dok je  $E$  energija toga prelaza. Označimo li sa:

$$\Delta E = E - h\nu$$

razliku energije prelaza i energije  $\gamma$ -kvanta, onda se iz 11.4.7 dobija:

<sup>25</sup> Tačna vrednost  $\gamma$ -kvanta manja je od razlike energija nivoa za iznos energije uzmarka jezgra ( $\Delta E = E^2/2M_j c^2$ , gde je  $\Delta E$  energija uzmarka, a  $E$  energija  $\gamma$ -prelaza; u ovom slučaju  $\Delta E$  je dosta manje od 1 eV ( $E=0,04$  MeV,  $\Delta E = 4,1 \times 10^{-3}$  eV) i daleko prevazilazi tačnost s kojom je određena energija  $\gamma$ -kvanta, pa je u ovom slučaju uticaj uzmarka jezgra zanemaren.

$$\Delta E = \frac{M_j v_j^2}{2} = \frac{(M_j v_j)^2}{2M_j} = \frac{h^2 v^2}{2M_j c^2} \sim \frac{E^2}{2M_j c^2}. \quad (11.4.8)$$

Iz jednačine 11.4.8 sledi da je energija  $\gamma$ -kvanta, manja od razlike energije nivoa između kojih se događa prelaz za iznos  $E^2/2M_j c^2$ , gde je  $E$  energija prelaza.

Verovatnoća  $\gamma$ -emisije mogla bi da se izračuna teorijskim putem kada bi bile poznate talasne funkcije jezgra kao rešenje odgovarajuće Šredingerove jednačine. Kako potencijal nuklearnih sila nije tačno poznat, mogu da se izračunaju talasne funkcije koje predstavljaju rešenje Šredingerove jednačine, ali za određeni tip potencijala koji sledi iz usvojenog modela jezgra (pri razmatranju  $\alpha$ -raspada pretpostavljeno je, npr., da potencijal jezgra može da se aproksimira jamom s beskonačno visokim zidovima). Prema tome, verovatnoće prelaza mogu da se odrede smao približno i rezultati zavise od primenjenog oblika potencijala. Moguće je, takođe, pokazati da verovatnoća  $\gamma$ -emisije zavisi od vrednosti energija nivoa između kojih se vrši prelaz, od spinova jezgra u početnom i u konačnom stanju, od parnosti nivoa i od multipolnosti prelaza. Kao što česticama pridružujemo moment impulsa  $\vec{l}$  koji je kvantovan kvantnim brojem  $l$ , tako i foton može da se nalazi u različitim stanjima koja su opisana nekim ukupnim momentom  $\vec{L}$  i parnošću  $II$ . Tako su kod slobodnog fotona moguća stanja sa ukupnim momentom  $|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar$  za  $L=1,2,3$  (treba naglasiti da kod fotona ne postoji stanje  $L=0$ ). Pri tome, svakoj vrednosti momenta  $\vec{L}$  odgovara jedno stanje s pozitivnom ili s negativnom parnošću. Tako se stanje s momentom  $\vec{L}$  i s parnošću  $(-1)^L$  naziva električnim  $2^L$  polom, a stanje s momentom  $L$  i s parnošću  $(-1)^{L+1}$  naziva se magnetnim  $2^L$  polom. Kada je kvantni broj  $L=1$  onda je to dipol, za  $L=2$  kvadrupol, za  $L=3$  oktopol, itd. Usvojene su sledeće oznake za  $\gamma$ -kvante određene multipolnosti:  $E1$ -dipolni kvant;  $E2$ -kvadrupolni kvant;  $M1$ -magnetni dipol;  $M2$ -magnetni kvadrupol, itd. Oznaka  $E$  znači električni multipol, a oznaka  $M$  magnetni multipol. Stanja električnog dipola i oktopola i magnetnog kvadrupola su neparna, a stanja magnetnog dipola i oktopola i električnog kvadrupola su parna. Ovakvi nazivi (kojima se stanja opisuju kao „multipolna”) zasnovani su na klasičnom, a ne na kvantnom pojmu multipola. Ako početno i krajnje stanje jezgra imaju spinove  $\vec{I}_i$  i  $\vec{I}_f$ , nastali  $\gamma$ -foton, pri prelazu jezgra iz početnog u krajnje stanje, odnosi moment  $\vec{L}$ . Prema zakonu o održanju momenta impulsa važi:

$$\vec{I}_i = \vec{I}_f + \vec{L} \quad (11.4.9)$$

a za odgovarajuće kvantne brojeve važe jednačine:

$$\begin{aligned} I_i &= I_f + L; I_f + L - 1 \dots I_f - L \Rightarrow \\ L &= I_i - I_f; I_i - I_f + 1; \dots I_i + I_f \Rightarrow \end{aligned} \quad (11.4.10)$$

$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f.$$

Kao što je pomenuto, iz teorije elektromagnetnog zračenja sledi da vreme poluraspada  $\gamma$ -aktivnog jezgra (odnosno verovatnoće raspada) zavisi od multipolnosti prelaza i od talasne dužine emitovanog  $\gamma$ -zračenja (u krajnjem smislu od energije  $\gamma$ -kvanta). Za električni dipol prelaz EL važi:

$$\frac{1}{T_{1/2}} \sim \frac{1}{\lambda} \left( \frac{R}{\lambda} \right)^{2L} \quad (11.4.11)$$

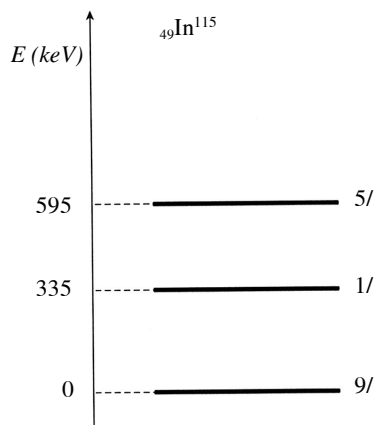
a za magnetni multipolni prelaz važi:

$$\frac{1}{T_{1/2}} \sim \frac{1}{\lambda} \left( \frac{R}{\lambda} \right)^{2(L+1)} \quad (11.4.12)$$

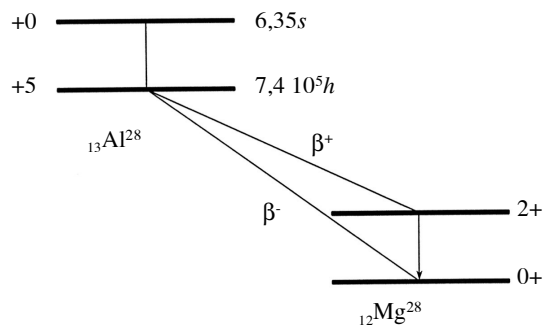
gde je  $R$  poluprečnik jezgra,  $\lambda$  talasna dužina emitovanog  $\gamma$ -zračenja ( $\lambda$  kod  $\gamma$ -zračenja kreće se u  $2 \times 10^{-10} - 5 \times 10^{-14}$  m), pri čemu je  $r/\lambda \ll 1$ . Na osnovu jednačina (11.4.11) i (11.4.12) sledi da je verovatnoća prelaza manja (vreme poluraspada veće) za veće  $L$ . Prema tome, prelazi visoke multipolnosti obično su zabranjeni ili imaju veliko vreme poluraspada, naročito kod malih energija raspada (veliko  $\lambda$ ). Najverovatniji su električni dipolni prelazi. Vremena života najvećeg broja  $\gamma$ -radioaktivnih jezgara su mala i iznose  $10^{-7} - 10^{-12}$  sekundi.

### 11.4.1 Nuklearna izomerija

Nuklearni izomeri su jezgra koja imaju isti redni i maseni broj, a nalaze se u različitim energijskim stanjima. Energijsko stanje jezgra obično je posledica drugih svojstava jezgra, pa nuklearni izomeri mogu da se razlikuju i po vrednosti spina, po tipu raspada i po vremenu poluraspada, po energiji vezivanja, itd. Za razliku od obično pobuđenih jezgara koja imaju vreme poluraspada u opsegu  $10^{-7}$  i  $10^{-12}$  sekundi ( $10^{-7} < T_{1/2} < 10^{-12}$  s), pobuđena stanja izomera označavaju se kao metastabilna jer se odlikuju dugim vremenom života i to od nekoliko sekundi, do nekoliko časova



Slika 11.4.2 Šema nuklearnih nivoa  $^{115}_{49}\text{In}$ .



Slika 11.4.3 Primer izomera  $^{26}_{13}\text{Al}$ .

pa i dana. Dugo vreme poluraspada uslovljeno je visokim stepenom zabrane (odnosno malom verovatnoćom) prelaza na energijski niže stanje (koje može da bude osnovno stanje) zbog velike razlike u spinovima. Energijski nivoi izomera, po pravilu, vrlo su bliski. Najveći broj izomera raspoređen je neposredno pored jezgara sa tzv. **magičnim**<sup>26</sup> brojem nukleona, npr.  $^{86}_{37}\text{Rb}$  koji ima 49 neutrona. Karakteristični primer izomera je i jezgro indijuma  $^{115}_{49}\text{In}$  čija je šema nivoa prikazana na Slici 11.4.2. Osnovno stanje jezgra  $^{115}_{49}\text{In}$  ima spin  $9/2$  i parnost „+”. Prvi pobuđeni nivo nalazi se na svega 335 keV i ima spin  $1/2$  i parnost „-”. Prelaz između ovih nivoa je zabranjen, pa je vreme života pobuđenog stanja 14,4 sata. Primer nuklearnog izomera je i  $^{28}_{13}\text{Al}$ , Slika (11.4.3).

### 11.4.2 Unutrašnja konverzija gama-zračenja

Pobuđeno jezgro obično prelazi u osnovno stanje emisijom  $\gamma$ -kvanta. Drugi način prelaza je proces unutrašnje konverzije  $\gamma$ -zračenja, pri čemu jezgro predaje energiju jednaku energiji pobuđenog stanja jednom od elektrona iz atomskog omotača. Ovaj elektron napušta atom s kinetičkom energijom  $E_k$  jednakom:

$$E_k = E - E_0. \quad (11.4.13)$$

gde je  $E$  energija pobuđenog stanja jezgra, a  $E_0$  energija veze datog elektrona u atomu. Izbačeni elektron ima strogo određenu energiju, pa kažemo da su elektroni kod unutrašnje konverzije monokinetički pa se po tome razlikuju od elektrona koji se emituju kod  $\beta$ -emisije, čiji je spektar kontinualan. Obično se iz omotača oslobode  $K$ -elektroni, mada mogu da budu izbačeni i elektroni iz  $L$  ili iz  $M$  sloja, ali s manjom verovatnoćom. Uslov da se dogodi unutrašnja konverzija jeste da je energija pobuđenog stanja jezgra veća od energije veze datog elektrona u atomu. Intenzitet unutrašnje konverzije izražava se koeficijentom unutrašnje konverzije  $\alpha_k$ , koji je jednak odnosu verovatnoće emisije konverzionih elektrona  $w_k$  i verovatnoće emisije  $\gamma$ -kvanta  $w_\gamma$ :

$$\alpha_k = \frac{w_k}{w_\gamma}. \quad (11.4.14)$$

Koeficijent  $\alpha_k$  kreće se u opsegu  $10^{-4} < \alpha_k < 10^2$ . Veličina  $\alpha_k$  jako raste s porastom multipolnosti prelaza a opada sa povećanjem energije prelaza. Kada jezgro u pobuđenom i u osnovnom stanju ima spin nula, tada je jedini način prelaska jezgra iz pobuđenog u osnovno stanje unutrašnjom konverzijom (radijacioni prelaz 0-0 je strogo zabranjen). Tada je  $\alpha_k = \infty$  jer je  $w_\gamma = 0$ . Proces unutrašnje konverzije prati emisija  $x$ -zračenja. Naime, izbacivanjem konverzionog elektrona, npr. iz  $K$ -sloja, upražnjava se mesto u  $K$ -sloju atomskog omotača. To izaziva pregrupisanje elektrona – njihov prelaz na niža stanja uz emisiju  $x$ -zračenja. U atomskom omotaču, takođe, moguć je proces sličan unutrašnjoj konverziji  $\gamma$ -zračenja. Tada se umesto emisije  $x$ -kvanta, ekvivalent energije koji odgovara pobuđenom

<sup>26</sup> Najveću učestanost javljanja na Zemlji, kao i najveću energiju vezivanja po nukleonu imaju jezgra čiji broj protona ili broj neutrona ili maseni broj imaju vrednosti 2, 8, 14, 20, 28, a naročito 50, 82, 126. Ovi brojevi nazvani su magičnim brojevima.

stanju atoma (zbog šupljine u  $K$ -sloju) predaje nekom od spoljašnjih elektrona atoma koji biva izbačen iz atoma s kinetičkom energijom:

$$E_{kin} = E - E_0$$

gde je  $E$  energija pobuđenog stanja atoma,  $E_0$  energija veze datog elektrona u atomu. Elektroni izbačeni na ovaj način iz atomskog omotača zovu se Ožeevi elektroni (videti 7.2.4) i, kao što se vidi iz prethodne jednačine, imaju strogo određenu kinetičku energiju.

### 11.4.3 Gama-zračenje i nastajanje parova čestica – antičestica

Kada energija pobuđenog stanja jezgra prevazilazi energiju ekvivalentnu dvostrukoj masi elektrona:

$$E > 2m_e c^2 = 1,02 \text{ MeV}$$

tada postoji mogućnost nastajanja para čestica – antičestica (npr. elektron-pozitron) na račun energije pobuđenog jezgra. Posmatračemo sada jedno takvo pobuđeno jezgro koje emituje  $\gamma$ -kvant znatne energije ( $E > 2m_e c^2$ ) a taj kvant se zatim, u električnom polju nekog jezgra ili elektrona, transformiše u par čestica elektron-pozitron. Na osnovu Ajnštajnovе relacije o ekvivalenciji mase i energije može se napisati sledeća jednakost:

$$h\nu = 2m_e c^2 + E_k \quad (11.4.15)$$

kojom se i prikazuje zakon o održanju energije u ovoj transformaciji. Energija  $\gamma$ -kvanta, je  $h\nu$ ,  $m_e c^2$  je energija mirovanja elektrona, a  $E_k$  je višak energije koji preuzimaju elektron i pozitron. Preobražaj  $\gamma$ -kvanta može da se dogodi samo u prisustvu jakog električnog polja ili pri sudaru fotona i neke naelektrisanе čestice, pri čemu ona preuzima višak impulsa (prema zakonu o održanju impulsa). Nastajanje para elektron-pozitron još 1934. godine dokazano je snimcima u maglenoj komori. S teorijske tačke gledišta, nastajanje para čestica – antičestica preobražajem  $\gamma$ -kvanta od najvećeg je značaja jer dokazuje mogućnost nastajanja mase (materije) iz energije koju Ajnštajnova relacija i predviđa. U principu, moguće je nastajanje parova čestica – antičestica drugih tipova, npr. proton – antiproton, ali preobražajem fotona odgovarajuće energije. Tako je za nastajanje para proton – antiproton potreban foton čija je energija bar 2 GeV.

Proces suprotan stvaranju para čestica – antičestica predstavlja uzajamno poništavanje (anihilaciju) čestice i antičestice. Parovi čestica – antičestica uzajamno se poništavaju uz nastajanje više fotona ili mezona. Kod para elektron – pozitron pretpostavlja se da kratko vreme postoji kvazistabilan sistem (zbog privlačenja pozitivnog i negativnog naelektrisanja) koji je nazvan **pozitronijum** atom. Istraživanja ovog sistema pokazala su da bi pozitronijum atom mogao da postoji u dva stanja: singuletnom  $^1S_0$ , u kojem su spinovi elektrona i pozitrona antiparalelni, i u tripletnom  $^3S_1$ , u kojem su spinovi paralelni. Pozitronijum atom u singuletnom stanju naziva se i para - pozitronijum i ima vrlo kratko trajanje od  $8 \times 10^{-9}$  s. Pozitronijum atom u tripletnom stanju zove se orto-pozitronijum i znatno duže živi,  $7 \times 10^{-6}$  s. Zbog zakona o održanju spina u procesu anihilacije para - pozitronijuma nastaju dva

fotona sa energijom  $m_e c^2$  koji se emituju u suprotnim smerovima. Anihilacijom orto-pozitronijuma nastaju tri fotona između kojih se energija od 1,2 MeV deli na proizvoljan način. U principu, anihilacijom orto-pozitronijuma mogao bi da nastane samo jedan foton sa odgovarajućim spinom. Ovo se i dešava ali u znatno manjoj meri. Razlog je u tome što u blizini mora da se nalazi neka (teža) čestica koja bi preuzela preostali impuls.

#### 11.4.4 Teorija pozitrona

Šredingerova jednačina:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \quad (11.4.16)$$

ispravno opisuje evoluciju (promenu s vremenom) sistema koji se kreću brzinama znatno manjim od brzine svetlosti,  $v \ll c$ . Za opisivanje sistema koji se kreću brzinama bliskim brzinama svetlosti ovakva jednačina je neprimenljiva. Drugi nedostatak Šredingerove jednačine jeste što ona ne uzima u obzir spin čestica. Oba ova nedostatka mogu da se otklone uvođenjem Dirakove jednačine koja predstavlja uopštavanje Šredingerove jednačine pri relativističkim brzinama. U ovom delu prikazujemo osnovne ideje Dirakove teorije jednog elektrona.

Relativistički izraz za energiju čestice čija je masa mirovanja  $m_0$ , naelektrisanje  $-e$ , impuls  $\vec{p}$  i na koju deluju skalarni potencijal  $\phi$  i vektorski potencijal  $\vec{A}$  je:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + (\vec{p} + e\vec{A})^2 c^2} - e\phi. \quad (11.4.17)$$

Skalarni i vektorski potencijali povezani su s jačinama električnog i magnetnog polja,  $\vec{E}$  i  $\vec{H}$ , redom pomoću jednačina:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A}. \quad (11.4.18)$$

Prirodno je da se očekuje da ispravan relativistički oblik Šredingerove jednačine može da se dobije uvrštavanjem u jednačinu (11.4.16) kvantnomehantičkog operatora  $\hat{H}$ . On se dobija na osnovu principa korespondencije iz izraza za energiju (11.4.17), kada se impuls  $\vec{p}$  u jednačini (11.4.17) zameni odgovarajućim operatorom (impulsa)  $-i\hbar \nabla$ , a energija zameni sa  $i\hbar \partial / \partial t$ :

$$\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + e\phi \right) \Psi = \sqrt{m_0^2 c^4 + (-i\hbar \nabla + e\vec{A})^2 c^2} \Psi. \quad (11.4.19)$$

Izraz (11.4.19) ima, međutim, dva bitna nedostatka. Prvi je taj što simetrija između prostornih koordinata i vremena (odnosno izvoda po njima,  $\nabla$ ,  $\partial / \partial t$ , redom) nije izražena onako kako treba da bude u ispravnim relativističkim jednačinama. U relativističkoj teoriji, koordinate  $x$ ,  $y$  i  $z$  i vreme  $t$  (pomnoženo brzinom svetlosti) uzajamno su povezani i čine nerazdvojnu celinu – ove četiri veličine predstavljaju komponente vektora položaja čestice u prostoru i vremenu. Drugi nedostatak jednačine



(11.4.19) jeste kvadratni koren zbog kojeg ova jednačina praktično ne može da se reši. Ovaj problem može da se otkloni ako se umesto od (11.4.17) pođe od izraza:

$$(E + e\varphi)^2 = m_0^2 c^4 + (\vec{p} + e\vec{A})^2 c^2 \quad (11.4.20)$$

što primenjivanjem principa korespondencije,  $\vec{p} \rightarrow -i\hbar\nabla$ ,  $E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ , vodi do tzv. Klajn-Gordonove jednačine:

$$\left[ \left( i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\varphi \right)^2 - (-i\hbar\nabla + e\vec{A})^2 c^2 - m_0^2 c^4 \right] \Psi = 0. \quad (11.4.21)$$

Rešavanjem Klajn-Gordonove jednačine dobijaju se, u principu, ispravne energije i talasne funkcije čestica sa spinom jednakim nuli. Međutim, diferencijalna jednačina (11.4.21) je drugog reda po vremenu, pa da bi pomoću nje moglo da se predvidi stanje sistema u nekom trenutku vremena  $t$ , potrebno je da se zna ne samo stanje sistema (talasna funkcija  $\Psi$ ) u početnom trenutku vremena  $t_0$ , već i vrednosti  $\partial\Psi/\partial t$ .

Pri izvođenju relativističke jednačine koja je po njemu i dobila ime, P. A. M. Dirak je pošao od dve pretpostavke:

a) da jednačina koja opisuje evoluciju sistema treba da bude prvog reda po vremenu (kao što je i nerelativistička Šredingerova jednačina),

b) da u ispravnoj relativističkoj jednačini, prostorne koordinate čestice i vreme treba da se pojave u potpuno simetričnom (ekvivalentnom) obliku. Jednačina kretanja koja zadovoljava oba ova uslova ima oblik:

$$\left[ \left( i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\varphi \right) - c\vec{\alpha}(-i\hbar\nabla - e\vec{A}) - \beta m_0 c^2 \right] \Psi = 0 \quad (11.4.22)$$

pri čemu su  $\vec{\alpha}$  i  $\beta$  neki parametri. Karakter ovih parametara Dirak je odredio sledećim rasuđivanjem. U odsustvu polja ( $\varphi = 0$ ,  $\vec{A} = 0$ ) sve relativističke jednačine kretanja moraju da budu invarijantne u odnosu na Lorencove transformacije, tj. ne smeju da zavise od toga u kojem inercijalnom sistemu se definišu. Posledica toga je da parametri  $\vec{\alpha}$  i  $\beta$  ne smeju da zavise od prostornih koordinata i vremena, dakle mogu da deluju samo na spinske koordinate čestica. Drugo, ovi parametri treba da budu izabrani tako, da rešenja Dirakove jednačine za pojedine spinske komponente, zadovoljavaju i Klajn-Gordonovu jednačinu. Pokazalo se da su ovi uslovi ispunjeni samo ako su  $\vec{\alpha}$  i  $\beta$  matrice dimenzija  $4 \times 4$  između kojih postoje određene relacije.

Dirakova jednačina (11.4.22) za elektron predstavlja, dakle, sistem od četiri jednačine čijim se rešavanjem dobijaju četiri talasne funkcije  $\Psi$ . Za slobodni elektron dve od njih odgovaraju svojevnoj vrednosti energije:

$$E = + \sqrt{m_0^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2} \quad (11.4.23)$$

a druge dve energiji:

$$E = -\sqrt{m_0^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2}. \quad (11.4.24)$$

Prema tumačenju koje je dao sam Dirak, rešenja s negativnim svojstvenim vrednostima energije dovode se u vezu sa kretanjem čestice pozitrona čija je masa jednaka masi elektrona, a naelektrisanje jednako ali suprotno po znaku naelektrisanju elektrona. Tako je postavio teoriju pozitrona.

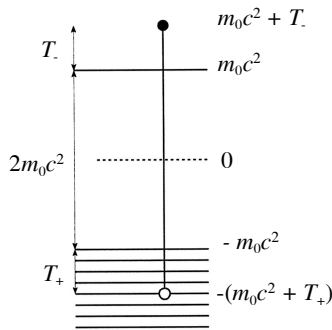
Podrazumeva se da su gotovo sva stanja negativne energije popunjena elektronima i to u skladu s Paulijevim principom isključenja, a to znači po jedan elektron u svakom stanju. Pod posebnim uslovima može da se dogodi da neko od stanja negativne energije ostane nezaposednuto, pa nastaje „šupljina” u stanjima negativne energije. Ove šupljine u stanjima negativne energije su, prema Dirakovom tumačenju, pozitroni.

U skladu s ovim, idealni vakuum bio bi prostor u kojem su sva stanja pozitivne energije slobodna, a sva stanja negativne energije zauzeta, pa bi Maksvelova jednačina imala oblik:

$$\nabla \vec{E} = 0$$

gde je  $\vec{E}$  jačina električnog polja. U svim drugim slučajevima Maksvelova jednačina ima oblik:

$$\nabla \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$



Slika 11.4.4 Prikaz Dirakove teorije pozitrona.

gde je  $\rho$  gustina naelektrisanja. Svako zaposednuto stanje pozitivne energije doprinosi ukupnom naelektrisanju sa  $-e$ , a svaka šupljina u stanju negativne energije doprinosi sa  $+e$ . Može da se dogodi da elektron iz stanja pozitivne energije pređe u slobodno stanje (šupljinu) negativne energije. U tom slučaju i elektron i pozitron iščezavaju istovremeno uz nastajanje elektromagnetnog zračenja. Obrnuti proces je, takode, moguć i predstavlja „izbacivanje” elektrona iz stanja negativne energije pod uticajem  $\gamma$ -kvanta velike energije. Kao posledica ovog uzajamnog dejstva nastaju elektron u stanju pozitivne energije i „šupljina” u stanju negativne energije, dakle, par elektron-pozitron. Energija  $\gamma$ -kvanta mora da iznosi bar  $1,02 \text{ MeV}$  ( $2m_e c^2$ ). Slika 11.4.4 predstavlja prikaz Dirakove teorije pozitrona.

Sam Dirak u jednom predavanju na ovu temu kaže: „Ako kao zakon prirode prihvatimo gledište o potpunoj simetriji između pozitivnog i negativnog naelektrisanja moramo, tim pre, smatrati više kao slučaj što na Zemlji (a verovatno i u celom Sunčevom sistemu) preovlađuju elektroni i pozitivni protoni. Sasvim je moguće da je na nekim zvezdama obrnuto, i da su te zvezde sagrađene od pozitrona i negativnih protona. Stvarno može biti da je po polovina zvezda od svake vrste. Obe vrste zvezda imale bi iste spektre, i ne bi bilo načina da se razlikuju sadašnjim astronomskim metodama”.

### 11.4.5 Mesbauerov efekt

DODATAK 11.4

#### D-11.4.1 Uzmak jezgra pri radioaktivnom raspadu

Održanje energije i impulsa kao univerzalni zakoni važe i prilikom raspada radioaktivnog jezgra. To znači da su energija i moment impulsa jezgra pre raspada jednaki energiji i momentu impulsa svih čestica nastalih u toku raspada:

$$E_{pre} = E_{posle} \quad (D-11.4.1)$$

$$\vec{p}_{pre} = \vec{p}_{posle}. \quad (D-11.4.2)$$

Za vreme raspada jezgro emituje jednu ili više čestica pa se energija raspada raspodeljuje između novonastalih čestica. Očigledno je da će deo energije raspada dobiti i jezgro potomak u obliku kinetičke energije i ta pojava naziva se **uzmak** jezgra.

Posmatračemo raspad jezgra čija je masa pre raspada  $M^*$  i brzina  $\vec{v} = 0$ . Energija raspada je  $E_r$ , a energija  $\gamma$ -fotona je  $E_\gamma = h\nu$ . Kako se deo energije troši na uzmak jezgra,  $E_r \neq E_\gamma$ . Pre raspada impuls jezgra bio je jednak nuli. Posle raspada masa jezgra je  $M(M < M^*)$ , a brzina  $\vec{v}$  tako da iz zakona o održanju energije sledi:

$$E_r = E_\gamma + E_{uz}. \quad (D-11.4.3)$$

Pošto je impuls jezgra pre emisije  $\gamma$ -kvanta bio jednak nuli, na osnovu zakona o održanju impulsa sledi:

$$0 = \vec{p}_j + \vec{p}_\gamma \quad (D-11.4.4)$$

a kako se jezgro i  $\gamma$ -kvant posle emisije kreću u suprotnim smerovima:

$$|\vec{p}_j| = |\vec{p}_\gamma|. \quad (D-11.4.5)$$

Intezitet impulsa jezgra posle  $\gamma$ -raspada je  $p_j = Mv$ , a impuls fotona je prema (D-7.3.7):

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}.$$

Na osnovu jednakosti (D-11.4.5) sledi da je brzina jezgra  $v$ :

$$v = \frac{E_\gamma}{Mc} \quad (D-11.4.6)$$

Energija uzmarka,  $E_{uz}$  je, prema tome:

$$E_{uz} = \frac{mv^2}{2} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}. \quad (D-11.4.7)$$

**D-11.4.2 Doplerov efekt**

Doplerov efekt je pojava promene frekvencije emitovanih talasa usled relativnog kretanja njihovog izvora u odnosu na detektor (posmatrača).

Razmatračemo, ponovo, emisiju  $\gamma$ -fotona, ovog puta iz jezgra koje pre raspada ima brzinu  $\vec{v}_0$ . Tada je impuls jezgra pre raspada:

$$\vec{p}_j = M^* \vec{v}_0 = (M + m_\gamma) \vec{v}_0. \quad (\text{D-11.4.8})$$

Ovde je masa pobuđenog jezgra  $M^*$  predstavljena kao zbir mase jezgra u osnovnom stanju i mase fotona. To ne znači da foton u jezgru postoji kao čestica nego samo da će se deo mase pobuđenog jezgra pretvoriti u energiju fotona koja je ovde formalno izražena preko njegove (relativističke) mase.

Ako se  $\gamma$ -foton emituje pod uglom  $\theta$  u odnosu na pravac kretanja jezgra, Slika D-11.4.1, onda je komponenta impulsa u pravcu koji je definisan tim uglom:

$$p_\theta = (M + m_\gamma) v_0 \cos \theta = M v_0 \cos \theta + m_\gamma v_0 \cos \theta = p_{\theta,j} + p_{\theta,\gamma}. \quad (\text{D-11.4.9})$$

Impuls  $\gamma$ -fotona emitovanog iz jezgra u pokretu jednak je zbiru impulsa koji bi foton imao da je jezgro pri emisiji mirovalo i impulsu fotona „dok je bio u jezgru” ( $p_{\theta,\gamma}$ ) iz jednačine (D-11.4.9):

$$p_\gamma = p_\gamma^0 + m_\gamma v_0 \cos \theta. \quad (\text{D-11.4.10})$$

Odavde se, neposredno, dobija relativna promena impulsa fotona usled kretanja izvora:

$$p_\gamma - p_\gamma^0 = m_\gamma v_0 \cos \theta \Rightarrow \Delta p_\gamma = m_\gamma v_0 \cos \theta. \quad (\text{D-11.4.11})$$

Ako se masa  $m_\gamma$  izrazi preko impulsa fotona, jednačina (D-11.4.5), dobija se:

$$m_\gamma = \frac{p_\gamma}{c} \quad (\text{D-11.4.12})$$

pa je:

$$\Delta p_\gamma = \frac{p_\gamma}{c} v_0 \cos \theta \Rightarrow \frac{\Delta p_\gamma}{p_\gamma} = \frac{v_0}{c} \cos \theta. \quad (\text{D-11.4.13})$$

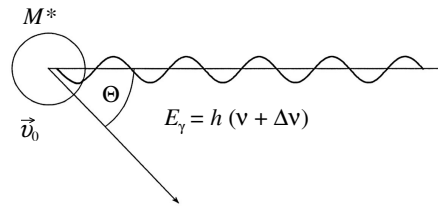
Doplerov efekt, tj. promena frekvencije emitovanog  $\gamma$ -zračenja (fotona) usled kretanja izvora dobija se izražavanjem impulsa  $p$  preko energije  $E$  odnosno frekvencije:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta p}{p} = \frac{v_0}{c} \cos \theta. \quad (\text{D-11.4.14})$$

Kada se jezgro kreće u smeru emisije fotona,  $\theta = 0$ ,  $\cos \theta = 1$ :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{v_0}{c} \quad (\text{D-11.4.15})$$

Doplerov efekt ima veliki značaj u spektroskopiji. Frekvencija zračenja koju emituju atomi ili molekuli zavisi od brzine njihovog kretanja u pravcu emisije svetlosti. Pri usmerenom kretanju centara emisije (npr. atomi u zvezdama, maglinama i u drugim nebeskim telima) dolazi do pomeranja položaja spektralnih linija, što se koristi za merenje brzine nebeskih tela. Haotično, termalno kretanje atoma i molekula koji zrače dovodi do širenja njihovih spektralnih linija, na osnovu čega može da se odredi raspodela njihovih brzina i čitav niz drugih fizičkohe-mijskih podataka.



Slika D-11.4.1 Na emitovani  $\gamma$ -foton prenosi se komponenta impulsa paralelna sa impulsom fotona.

#### D-11.4.3 Širina spektralnih linija

Na širinu spektralne linije, pored Doplerovog efekta, utiče i vreme života pobuđenih stanja,  $\tau$ . Elektromagnetni talas (fotoni) emituje se iz nekog sistema kada sistem iz pobuđenog stanja prelazi u stanje niže energije. Do prelaza u niže stanje dolazi usled spontane težnje sistema da postigne stanje minimalne energije. Sistem spontano, bez ikakvog spoljnog uticaja, prelazi iz pobuđenog u stanje niže energije. Stabilnost pobuđenog stanja može da se opiše njegovim srednjim vremenom života kao što se, na isti način, nestabilno (radioaktivno jezgro) opisuje srednjim vremenom života. Prema Hajzenbergovoj relaciji neodređenosti, stabilnost energijskog stanja (tačnije srednje vreme života,  $\tau$ ), i neodređenost tog stanja  $\Delta E$ , povezani su izrazom:

$$\Delta E \cdot \tau \approx h \quad (\text{D-11.4.16})$$

odnosno:

$$\Delta E = \Gamma = \frac{h}{\tau}. \quad (\text{D-11.4.17})$$

Iz jednačine (D-11.4.17) očigledno je da skraćivanjem života pobuđenog stanja dolazi do porasta neodređenosti njegove energije. To znači da zračenje emitovano pri prelasku atoma ili molekula iz jednog takvog, nestabilnog pobuđenog stanja nema strogo definisanu frekvenciju nego postoji raspodela frekvencija u širem ili u užem području, tj. spektralna linija ima konačnu širinu. Ako se umesto  $\Delta E$  u (D-11.4.16) zameni  $h\Delta\nu$  ( $E = h\Delta\nu$ ) dobija se:

$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau}. \quad (\text{D-11.4.18})$$

Znači, širina spektralne linije,  $\Delta\nu$  (ili  $\Gamma$  u jedinicama energije) obrnuto je proporcionalna vremenu života pobuđenog stanja. (Podrazumeva se da je vreme života osnovnog stanja, mnogo, mnogo duže.)

U optici je dobro poznata pojava **rezonantne** apsorpcije svetlosti. Atom ili molekul, koji se nalaze u pobuđenom stanju ( $n$ ), pri prelasku iz višeg stanja  $n$  u niže stanje  $m$  emituju foton. Isti takav atom ili molekul, koji je već u nižem stanju ( $m$ ), apsorbuje takav foton i posle apsorpcije prelazi u odgovarajuće više stanje,  $n$ . U principu, pojava rezonantne apsorpcije trebalo bi da se opazi i kod emisije i apsorpcije  $\gamma$ -zraka, tj. kod  $\gamma$ -radioaktivnih jezgara. Drugo jezgro, koje se nalazi u osnovnom stanju moglo bi da apsorbuje takav  $\gamma$ -foton koji je emitovan iz pobuđenog jezgra. Međutim, pod normalnim uslovima rezonantna apsorpcija  $\gamma$ -fotona se ne opaža, što je neposredna posledica uzmaca jezgra do kojeg dolazi prilikom  $\gamma$ -raspada. Deo energije prelaza,  $E_R$ , troši se na uzmak jezgra, tako da je  $E_R > E_\gamma$  odnosno saglasno jednačini (D-11.4.3):

$$E_\gamma = E_R - E_{uz}. \quad (11.4.25a)$$

Na potpuno isti način kao kod emisije fotona i prilikom apsorpcije fotona dolazi do uzmaka jezgra. Stoga foton, koji bi mogao da bude apsorbovan jezgrom iste vrste, mora da ima energiju veću od energije prelaza,  $E_R$ :

$$E_\gamma = E_R + E_{uz} \quad (11.4.25b)$$

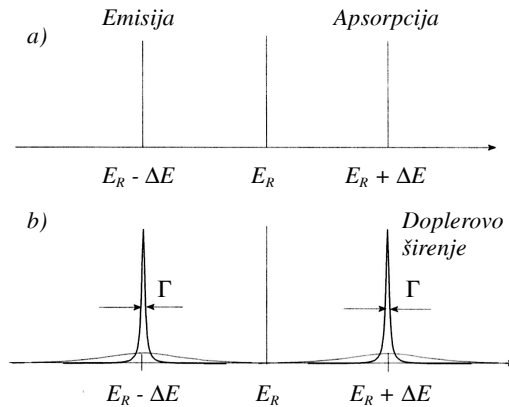
što je šematski prikazano na Slici 11.4.5. U realnom slučaju, vreme života pobuđenog stanja,  $\tau$ , je konačno, pa saglasno izrazu (D-11.4.17) energija apsorbovanog ili emitovanog fotona nije tačno određena već se proteže u intervalu  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{h}{\tau}. \quad (11.4.26)$$

Do rezonantne apsorpcije dolazi ako se energije emitovanog i apsorbovanog fotona bar delimično poklapaju. Uslov za rezonantnu apsorpciju dobija se upoređivanjem energije uzmaka sa širinom spektralne linije. Sa Slike 11.4.5 očigledno je to da do rezonantne apsorpcije dolazi samo ako je pomak energije fotona (energija uzmaka),  $\Delta E$ , manji od širine nivoa pobuđenog stanja,  $\Gamma$ :

$$\Delta E < \Gamma. \quad (11.4.27)$$

Za optičke rezonantne prelaze ovaj uslov je uvek ispunjen, pošto je energija prelaza relativno mala ( $E_R \sim 10$  eV), pa je, saglasno jednačini (D-11.4.7), i energija uzmaka mala - praktično zanemarljiva u odnosu na prirodnu širinu linije. Međutim, za  $\gamma$ -zračenje  $E_R$  je veliko ( $E_R \sim 1$  MeV) i pošto energija uzmaka zavisi od kvadrata energije fotona, velika je i energija uzmaka,  $\Delta E$ . Pored toga, pobuđena nuklearna stanja su relativno stabilna. Zbog toga je  $\Gamma \ll \Delta E$ , što protivreči rezonantnom uslovu (11.4.27), pa je i rezonantna apsorpcija praktično nemoguća. Jedina mogućnost da ipak dođe do rezonantne apsorpcije  $\gamma$ -zračenja jeste da se jezgra kreću haotično velikim brzinama. Tada Doplerovo širenje spektralnih linija može da dovede do delimičnog preklapanja emisije i apsorpcione spektralne linije, tj. do ispunjenja uslova (11.4.27), Slika 11.4.5 b.



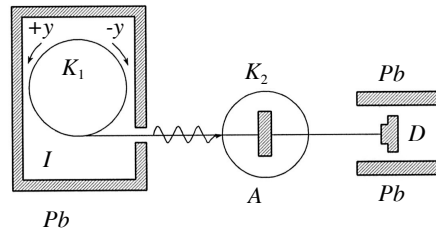
Slika 11.4.5 Emisija i apsorpcija  $\gamma$ -fotona. Usled uzmaka jezgra, energija  $\gamma$ -fotona manja je od energije prelaza  $E_R$ , a energija fotona koju jezgro iste vrste može da apsorbuje mora da bude veća (takođe zbog uzmaka) od energije prelaza,  $E_R$ : a) idealni slučaj kada je vreme života pobuđenog stanja beskonačno. Emisiona i apsorpciona spektralna linija  $\gamma$ -zračenja su beskonačno uske; b) realni slučaj. Vreme života pobuđenog stanja je konačno, pa otuda i emisija i apsorpciona spektralna linija  $\gamma$ -zračenja imaju konačne širine.

Nemački fizičar Rudolf Mesbauer 1958. godine predložio je način da se rezonantna apsorpcija  $\gamma$ -zračenja ipak ostvari. Kao emiteri i apsorberi uzimaju se, umesto slobodnih jezgara, jezgra čvrsto vezana u kristalnu rešetku. Čak i tada, najveći broj jezgara uzmiče, kako pri emisiji tako i pri apsorpciji fotona. Međutim, pod pogodnim uslovima moguće je postići da se impuls uzmarka prenese na kristal kao celinu, tačnije na makroskopsku grupu atoma (kojih može da bude do  $10^8$ ), a ne na pojedinačno jezgro. Tada u jednačini (D-11.4.7) masa  $M$  postaje ogromna, pa je i prenošenje energije uzmarkom neznatno. Naravno, atomi u kristalnoj rešetki mogu da se nalaze u različitim (kvantovanim) oscilatornim stanjima koja mogu da se pobude energijom uzmarka, pod uslovom da je ona veća od oscilatornog kvanta. Tada masa  $M$ , u imeniocu izraza za energiju uzmarka, odgovara masi pojedinačnog atoma u kristalnoj rešetki. Pobuđivanje oscilatornih nivoa atoma kristalne rešetke smanjuje verovatnoću rezonantne apsorpcije  $\gamma$ -zračenja. Mesbauer je eksperimentalnim i teorijskim putem ispitao i odredio uslove pod kojima se  $\gamma$ -prelazi dešavaju uz minimalnu energiju uzmarka. Jedan takav bitan uslov ima oblik:

$$\frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} < k\theta; \quad \theta = \frac{h\nu_m}{k} \quad (11.4.28)$$

pri čemu je  $k$  Bolcmanova konstanta, a  $\nu_m$  frekvencija kojom osciluje najveći broj atoma kristalne rešetke na datoj temperaturi  $T$ . Ovaj uslov ograničava opažanje rezonantne apsorpcije na  $\gamma$ -kvante relativno niske energije i to od oko 150 keV. Kada je energija uzmarka ( $M$  u imeniocu izraza za energiju uzmarka predstavlja masu atoma) mala u poređenju sa  $k\theta$  pobuđivanje oscilatornih stanja atoma rešetke ne dešava se pri emisiji  $\gamma$ -kvanta. Kristal kao celina uzmiče, zbog čega je ovakva energija uzmarka minimalna i moguća je rezonantna apsorpcija i na sobnim temperaturama. Kada je energija uzmarka uporediva sa  $k\theta$ , snižavanjem temperature mogu da se postignu uslovi za snižavanje verovatnoće pobuđivanja oscilatornih stanja atoma kristalne rešetke.

Na Slici 11.4.6 prikazana je šema Mesbauerovog oglada kojim je potvrđena ispravnost objašnjenja efekta rezonantne apsorpcije. Kao izvor  $\gamma$ -zračenja korišćen je Ir sa energijom od 129 keV. Na Slici 11.4.6,  $I$  je izvor  $\gamma$ -zračenja,  $A$  je apsorber (isti izotop iridijuma ali u osnovnom stanju) i  $D$  detektor  $\gamma$ -zračenja. Izvor i apsorber nalaze se u kriostatima  $K_1$  i  $K_2$  na temperaturi od 87 K. Okretanjem kriostata  $K$ , izvoru može da se saopšti brzina  $\pm v$ . U ogledu je merena zavisnost broja registrovanih  $\gamma$ -fotona od brzine kretanja izvora. Odgovarajuća eksperimentalna kriva prikazana je na Slici 11.4.7. Na apscisi je naneta relativna brzina izvora u odnosu na apsorber, i odgovarajuća promena energije fotona zbog Doplerovog efekta, jednačina (D-11.4.15):



Slika 11.4.6 Mesbauerov ogled. Izvor,  $I$  i apsorber,  $A$  nalaze se u kriostatima  $K_1$  i  $K_2$ , redom. Izvoru može da se saopšti brzina  $\pm v$ . Detektor  $D$  detektuje neapsorbovane fotone.

$$\Delta E = v \frac{E}{c}. \quad (D-11.4.29)$$

Na ordinatu je nanet intenzitet  $\gamma$ -zračenja koje je prošlo kroz apsorber. Pri nultoj brzini, položaji emisione i apsorpcione linije se poklapaju i opaža se intenzivna rezonantna apsorpcija. Međutim, pri brzinama od nekoliko santimetara u sekundi, što odgovara promeni energije od  $\Delta E \sim 10^{-5}$  eV, rezonancija je potpuno narušena i do apsorpcije praktično ne dolazi.

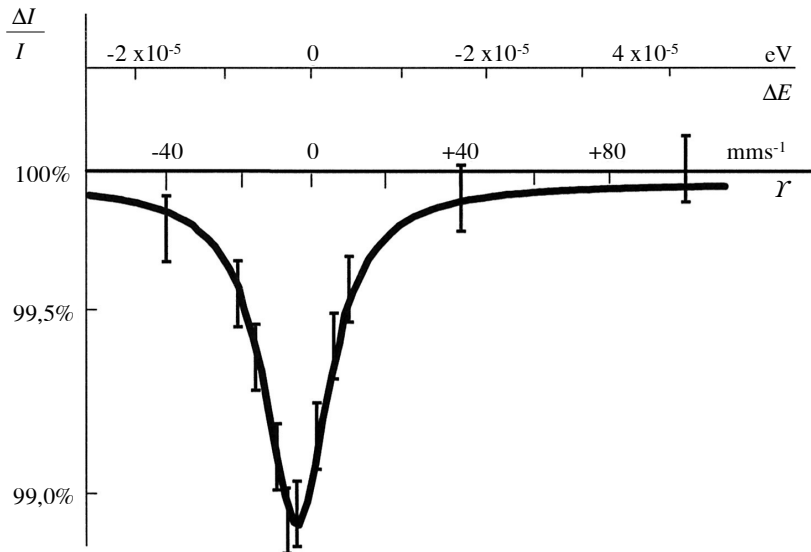
Mesbauerov efekt je jedinstven pošto omogućava merenje izvanredno malih energijskih razlika. Odnos  $\Gamma/E$  predstavlja meru tačnosti metode i za  $\text{Ir}^{191}$  iznosi  $4 \times 10^{-11}$ . U drugim slučajevima ovaj odnos je reda veličine  $10^{-15} - 10^{-17}$  (što bi odgovaralo merenju rastojanja od Zemlje do Meseca sa tačnošću od nekoliko nanometara).

Ovo je omogućilo da se izmeri „crveni” pomak koji je predskazao Ajnštajn opštom teorijom relativnosti. Suština efekta sastoji se u tome da se promenom gravitacionog potencijala menja i frekvencija emitovanog zračenja. Ovo je lako razumeti kada se energija fotona izrazi preko njegove efektivne mase:

$$E = mc^2. \quad (11.4.30)$$

Ako se foton kreće vertikalno naviše u Zemljinom gravitacionom polju, tada se pri promeni visine za iznos  $H$ , njegova energija promeni za iznos  $\Delta E$ :

$$\Delta E = mgH \quad (11.4.31)$$



Slika 11.4.7 Mesbauerov spektar iridijuma. Pošto su emiter i apsorber  $\gamma$ -fotona u kriostatu, energija uzmaca je zanemarljivo mala, pa se rezonantna apsorpcija dešava i bez relativnog kretanja izvora i apsorbera.

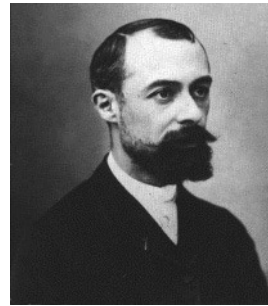
kao i za materijalno telo s masom mirovanja  $m$ . Deljenjem jednačina (11.4.30) i (11.4.31) uz  $E = h\nu$ , dobija se izraz za „crveni” pomak:



$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{gH}{c^2}. \quad (11.4.32)$$

Pri  $H = 30$  m, izraz (11.4.32) ima vrednost  $3 \times 10^{-15}$  i može da se tačno izmeri Mesbauerovim efektom. Izvedeni eksperimenti (izvor na 30 m iznad apsorbera, tako da se  $\gamma$ -fotoni kreću nasuprot gravitacionom polju) u potpunosti su potvrdili valjanost izraza (11.4.32).

**Anri Bekerel** (Antoine Henry Becquerel, 1852–1908), potiče iz porodice naučnika. Njegov otac, Aleksandar Bekerel, proučavao je fluorescenciju i fosforescenciju, kao i uticaj Sunčeve svetlosti na ove fenomene, dok se njegov deda (Antoine Cesar) bavio elektrohemijom i izumeo elektrolitički metod za ekstrakciju metala iz ruda. Anri Bekerel je uz oca zavoleo nauku i od njega nasledio minerale i kristale koje je njegov otac proučavao. Tako je Anri Bekerel i otkrio, ispitujući eventualnu fluorescenciju uranovih soli, da uranova jedinjenja spontano, bez ikakvog spoljašnjeg uticaja, emituju zračenje koje deluje na fotoploču. Za ovo otkriće, 1903. godine, zajedno sa M. i P. Kiri, nagrađen je Nobelovom nagradom za fiziku.



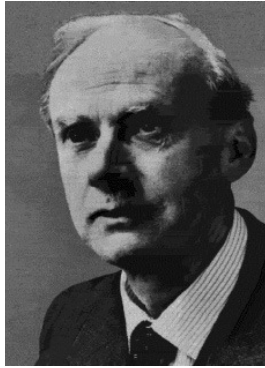
**Marija Kiri** (Marie Skłodowska-Curie, 1867–1934), rođena je u Varšavi u Poljskoj. Sa dvadeset i četiri godine ostvaruje svoju veliku želju i odlazi u Pariz da studira fiziku i matematiku na čuvenoj Sorboni. Studije završava za tri godine, udaje se za fizičara Pjera Kirija (Pierre Curie, 1859–1906), a u okviru teme za doktorat odlučuje se da ispita uzrok pojave misterioznog zračenja koji je otkrio Anri Bekerel. Zajedno sa mužem Pjerom ispituje intenzitet zračenja (aktivnost) različitih uranijumovih jedinjenja na osnovu njihove jonizujuće sposobnosti, pomoću jednostavnih elektrometara. Utvrđuju da neke rude urana, npr. pehblenda, mnogo intenzivnije zrače, pa već u junu 1898. objavljuju da imaju jake razloge da veruju da ruda pehblenda sadrži do tada nepoznati metal, osobina sličnih bizmutu, koji veoma intenzivno zrači i predlažu da se on nazove *polonijum* „po imenu domovine jednoga od nas”. Decembra 1898. objavljuju otkriće još jednog do tada nepoznatog elementa velike aktivnosti, po osobinama sličnog barijumu a koga takođe sadrži

pehblenda. Predlažu da se ovaj novi element nazove radijum. Godine 1903. M. Kiri, P. Kiri i A. Bekerel dobijaju Nobelovu nagradu za fiziku za zajednički rad na ispitivanju pojave zračenja koju je otkrio profesor Bekerel. Godine 1911. M. Kiri dobija Nobelovu nagradu za hemiju za svoje zasluge za unapređenje hemije otkrićem elemenata radijuma i polonijuma, za utvrđivanje prirode radijuma i njegovo izolovanje u metalnom stanju, i za istraživanje jedinjenja toga značajnog elementa.

Marija Kiri će ostati upamćena i kao prva žena profesor na Sorboni (postala je profesor 1908. godine) i prva žena šef katedre za fiziku. Godine 1914. osnivaće i Institut za radijum u Parizu.

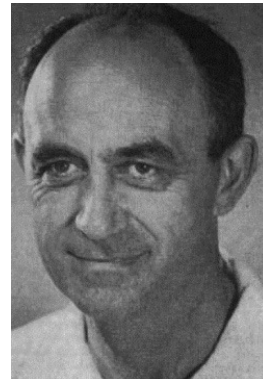
**Pjer Kiri** (Pierre Curie, 1859–1906), rođen je u Parizu. Studirao je fiziku na Sorboni, a 1900. postao je i profesor na tom čuvenom univerzitetu. Rano je počeo da se bavi kristalografijom i zajedno sa bratom Žakom (Jacques Curie) otkrio je piezoelektrični efekt. Kasnije je svojim radovima unapredio teoriju simetrije a proučavao je i magnetizam supstancija. Pokazao je da

se magnetne osobine nekih supstancija menjaju na određenoj temperaturi. Ta temperatura se po P. Kiriju danas naziva Kirijeva tačka. Bio je vrlo vešt eksperimentator. Konstruisao je sofisticirane instrumente ili delove instrumenata, osetljive elektrometre, uređaje na bazi piezo-elektriciteta. Sa Marijom Kiri otkriće kasnije poreklo radioaktivnosti i nove elemente – polonijum i radijum. Zajedno sa Anri Bekerelom i Marijom Kiri dobio je, 1903. godine, Nobelovu nagradu za fiziku.



**Pol Adrijen Moris Dirak** (Paul Adrien Maurice Dirac, 1902–1984), rođen je u Bristolu, gde je studirao, a diplomirao 1926. godine na Kembriđu. Od 1932. do 1969. godine bio je profesor na Kembriđu. Dirak je značajno doprineo razvoju kvantne mehanike proširujući je u domen relativističkih efekata, pa je tako, 1928. godine, predskazao postojanje pozitrona. Godine 1933. dobio je sa E. Šredingerom Nobelovu nagradu za fiziku za otkriće novih produktivnih oblika atomske teorije.

**Enriko Fermi** (Enrico Fermi, 1901–1954), rođen je u Rimu, a bio je profesor u Firenci i Rimu pre nego što je emigrirao u SAD 1939. godine. Bio je profesor na Kolumbija univerzitetu u Nju-jorku i na Univerzitetu u Čikagu. Formulirao je kvantnu statistiku, koja je po njemu dobila ime (Fermijeva statistika). Godine 1938. dobio je Nobelovu nagradu za fiziku za otkriće novih radioaktivnih elemenata stvorenih neutronske ozračivanjem, i za pronalazak nuklearnih reakcija izazvanih sporim neutronima. Za vreme II svetskog rata bio je uključen u projekt iskorišćenja atomske energije i pod njegovim rukovodstvom izvedna je prva kontrolisana lančana reakcija u Čikagu 2. 12. 1942.



**Rudolf Ludvig Mesbauer** (Rudolf Ludwig Mössbauer), rođen je 1929. u Minhenu, gde je završio srednju školu, kao i studije na Tehničkom univerzitetu, 1954. godine. Od 1955. do 1957. radi na doktorskoj tezi izводеći seriju eksperimenata u Institutu za fiziku Maks Plankovog Instituta za medicinska istraživanja u Hajdelbergu. Tada izvodi i prve eksperimente u kojima nastaje rezonantna apsorpcija gama-zračenja kod atoma vezanih u kristalnu rešetku a ovaj fenomen Mesbauer objašnjava i teorijski. Ostvarenjem rezonantne apsorpcije gama-zračenja otvara se put za određivanje važnih osobina čvrstih tela i finih efekata u njima. Mesbauer 1961. godine, sa R. Hofstadterom, dobija Nobelovu nagradu za fiziku za istraživanja rezonantne apsorpcije gama-zračenja. Otada i taj efekt nosi njegovo ime.