

6. ATOM U MAGNETNOM POLJU

Ključni dokazi u stvaranju savremenih predstava o strukturi materije dobijeni su iz eksperimentalnog i teorijskog razmatranja osobina atoma u magnetnom polju. Holandski fizičar, Pieter Zeeman, još 1886. godine je opazio da u spektru dobijenom iz atoma koji se nalaze u magnetnom polju dolazi do cepanja originalnih spektralnih linija na više komponenata. Ova pojava, danas poznata kao Zemanov efekt, predstavljala je najveće iskušenje za sve prekvantne teorije jer su one bile u stanju da ga valjano opišu samo delimično.

Drugi ogled neposredno vezan za osobine atoma u magnetnom polju izveli su Štern i Gerlah (O. Stern, W. Gerlach), 1921. godine. Ogled je postavljen i izveden sa jednim ciljem da eksperimentalno potvrdi postojanje prostorne kvantizacije, tj. da pokaže diskretna usmerenja atomskog ugaonog momenta duž proizvoljno odabranog pravca.

Dakle, ispitivanjem osobina atoma u magnetnom polju započela je potraga za novom teorijom koja može na zadovoljavajući način da opiše pojave na atomskom nivou (Zemanov efekt). Pored toga, takva ispitivanja dala su neposrednu eksperimentalnu potvrdu osnovnom načelu, delom već uobličene, nove teorije o kvantnoj prirodi mikrosveta.

U razmatranjima osobina atoma u magnetnom polju ovde nećemo slediti vremenski tok događaja. Prvo ćemo da razmotrimo ponašanje vektora ugaonog momenta u magnetnom polju, onako kako to sledi iz vektorskog modela. Zatim ćemo na osnovu toga da opišemo prvo Štern–Gerlahov ogled, a potom normalni i anomalni Zemanov efekt.

6.1 UGAONI MOMENT U MAGNETNOM POLJU

Ovde razmatramo osobine vektora ugaonog momenta u magnetnom polju da bismo lakše objasnili Štern-Gerlahov ogled i Zemanov efekt. Sam razvoj tekao je, međutim, drukčije: vektorski model je postavljen na osnovu rezultata ovih oglada.

Poluklasični opis osnovnih osobina orbitnog i spinskog ugaonog momenta dat je u odeljku 5.2. Vektor ugaonog momenta u magnetnom polju precesuje i postavlja se u jednu od mogućih diskretnih orijentacija. Vektorski model, odeljak 5.4, bliže određuje moguće uglove orijentacija, kao i uslove projektovanja momenata na proizvoljno izabranu osu.

6.1.1 Orbitni ugaoni moment u magnetnom polju

Ugaoni moment određen kvantnim brojem l , može da ima $(2l + 1)$ projekcija u pravcu proizvoljno izabrane ose, Slika 6.1.1a. Pošto istovremeno ne može da se projektuje na dve ose, vektor ugaonog momenta leži negde na površini jedne od kupa. Energija ugaonog momenta van magnetnog polja ne zavisi od toga u kojoj kupi se on nalazi, tj. ne zavisi od njegove projekcije na izabranu osu. Kada magnetno polje indukcije \vec{B}_0 deluje duž izabranog pravca, ugaoni moment počinje da precesuje odgovarajućom Larmorovom frekvencijom:

$$(5.2.5) \quad \omega_{L,l} = -\gamma_l \vec{B}_0 \quad (6.1.1a)$$

$$\omega_{L,l} = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{B}_0 \quad (6.1.1b)$$

$$\omega_{L,l} = \frac{e}{2m} \vec{B}_0. \quad (6.1.1c)$$

Larmorova frekvencija ista je za sva stanja l_z određena različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_l .

Medudejstvo ugaonog momenta, \vec{l} , i spoljašnjeg magnetnog polja, \vec{B}_0 , odvija se preko magnetnog momenta, $\vec{\mu}_l$, pridruženog ugaonom momentu, \vec{l} . Zbog toga je energija ugaonog momenta u polju indukcije \vec{B}_0 određena energijom magnetnog medudejstva momenta $\vec{\mu}_l$ i polja \vec{B}_0 :

$$U_{m,l} = -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B} \quad (6.1.2a)$$

$$(5.2.11a) \quad U_{m,l} = -\mu_{l,z} B \quad (6.1.2b)$$

$$U_{m,l} = m_l \mu_B B \quad (6.1.2c)$$

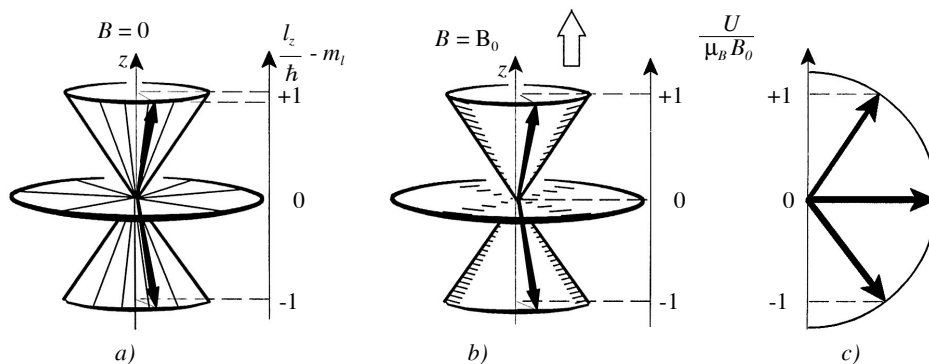
$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (6.1.3)$$

Iz jednačine (6.1.2c) je očigledno da stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_l imaju različite energije. Magnetno polje, dakle, uklanja degeneraciju.

Na Slici 6.1.1b šematski je prikazano ponašanje vektora ugaonog momenta u magnetnom polju. Činjenica da duž odabranog pravca deluje spoljašnje polje čija je indukcija B_0 ne menja ništa u pogledu projektovanja vektora ugaonog momenta. Znači, vektor ugaonog momenta, kao i bez polja, može da se nade na površini neke od $2l + 1$ kupa. Bitna razlika ogleda se u tome što u magnetnom polju dolazi do rotacije kupa kao celine (tj. do precesije vektora ugaonog momenta) i to Larmorovom frekvencijom koja je ista za sve kupa. Takođe, zbog uklanjanja degeneracije, u magnetnom polju stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_l imaju

različite energije. Zbog toga se, saglasno jednačini (6.1.2c), prvobitna m_l osa preobražava u energijsku osu, Slika 6.1.1b.

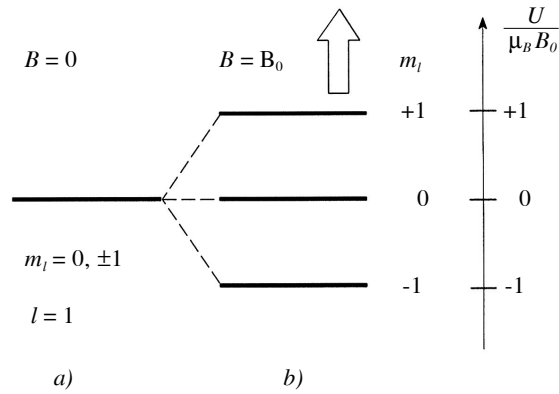
U brojnim slučajevima precesija nije bitna za objašnjavanje opaženih pojava, pa model orbitnih stanja može da se svede na skup vektora postavljenih pod različitim uglovima [određenih izrazom (5.4.3)] čije projekcije zadovoljavaju uslove (5.4.2), Slika 6.1.1c.



Slika 6.1.1 Orbitni ugaoni moment u magnetnom polju: a) u odsustvu polja ugaoni moment ima istu vrednost energije za sve vrednosti magnetnog kvantnog broja m_l . Stanja su degenerisana sa stepenom degeneracije $(2m_l + 1)$. Bez polja nema precesije. Kupama je predstavljen prostor u kojem vektor može da se nađe. „Kretanje” vektora unutar kupa nije određeno. Uslovno može da se smatra da je vektor „razmazan” po celoj površini kupa; b) u magnetnom polju dolazi do uklanjanja degeneracije stanja sa različitim vrednostima m_l , kao i do precesije ugaonog momenta. Vektor ugaonog momenta u rotirajućim kupama ima različite energije. Precesija može da se shvati kao rotacija kupa oko sopstvene ose (ose projektovanja). Rotirajuće kupa imaju međusobno različite energije. Međutim, sve kupa rotiraju istom frekvencijom koja je jednaka Larmorovoj precesionoj frekvenciji ω_L ; c) pošto za opis najvećeg broja oglada činjenica da ugaoni moment precesuje (odnosno da kupa rotira) nije bitna, to se šematski, zbog jednostavnosti, različita diskretna usmerenja ugaonog momenta predstavljaju izabranim vektorom čiji je intenzitet $\sqrt{l(l+1)} \hbar$. Energija svakog stanja proporcionalna je projekciji vektora na z-osu (pravac delovanja magnetnog polja).

Dalje pojednostavljenje modela postiže se tako što se umesto vektora šematski prikazuju samo njihova energijska stanja, čime se, zapravo, od vektorskog modela prelazi na model energijskih stanja. Na Slici 6.1.2 prikazano je ponašanje vektora ugaonog momenta u magnetnom polju sa energijskog stanovišta, tj. po modelu energijskih stanja. Prikazana su ista stanja kao i na Slici 6.1.1. U odsustvu magnetnog polja, stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_l su degenerisana, tj. imaju istu energiju. Ako posmatramo samo magnetnu energiju, tada je prema izrazima (6.1.2) u odsustvu polja ($B_0=0$) ona jednaka nuli. U magnetnom polju, Slika 6.1.2b, dolazi do uklanjanja degeneracije – prvobitno (degenerisano) energijsko stanje cepa se na $(2l+1)$ jednako udaljenih stanja, saglasno izrazima (6.1.2).

Osnovni nedostatak modela energijskih stanja leži u tome što se ne vide osnovni elementi fizičke slike stanja koja model predstavlja. (Na primer, ne vidi se da vektori ugaonog momenta precesuju.) Međutim, pri ispitivanju složenijih atomskih sistema to predstavlja njegovu ključnu prednost, jer oslobođen nepotrebnih detalja,



Slika 6.1.2 Uklanjanje degeneracije stanja orbitnog ugaonog momenta spoljašnjim magnetnim poljem: a) van polja energija orbitnog ugaonog momenta ne zavisi od vrednosti magnetnog kvantnog broja m_l ; b) u magnetnom polju, zbog međudejstva polja i magnetnog momenta, $\vec{\mu}_l$ koji je pridružen ugaonom momentu, energija ugaonog momenta proporcionalna je magnetnom kvantnom broju, m_l .

na veoma jasan način pruža uvid u energijske odnose između različitih stanja koji se najčešće eksperimentalno jedino i određuju.

6.1.2 Spinski ugaoni moment u magnetnom polju

Osobine spinskog ugaonog momenta \vec{s} u magnetnom polju dobrim delom su opisane u odeljku 5.2.3. Mogu da se izvedu i iz osobina orbitnog ugaonog momenta. Zamenom orbitnog kvantnog broja, l , spinskim kvantnim brojem, s , i orbitnog g -faktora (pošto je $g_l = 1$, on se najčešće ne piše u odgovarajućim izrazima) spinskim g -faktorom, g_s . Na Slici 6.1.3 prikazano je ponašanje spinskog magnetnog momenta u magnetnom polju indukcije \vec{B}_0 . Van polja, vektor spinskog ugaonog momenta nalazi se „razmazan” na površini jedne od dve kupe. Pri tome su energije oba stanja jednake, dakle, postoji dvostruka degeneracija ($s=1/2$, $2s+1=2$). U magnetnom polju dolazi do precesije spinskih momenata Larmorovom frekvencijom $\vec{\omega}_{L,s}$ (5.2.12b):

$$\vec{\omega}_{L,s} = -\gamma_s \vec{B}_0 \quad (6.1.4a)$$

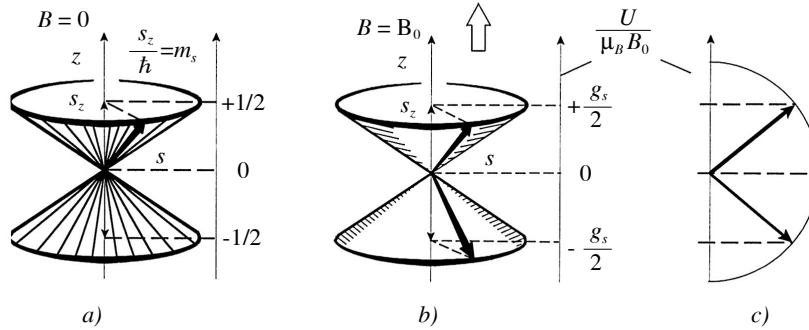
$$\vec{\omega}_{L,s} = -g_s \gamma_l \vec{B}_0 \quad (6.1.4b)$$

$$\vec{\omega}_{L,s} = +g_s \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{B}_0 \quad (6.1.4c)$$

$$\vec{\omega}_{L,s} = +g_s \frac{e}{2m} \vec{B}_0 \quad (6.1.4d)$$

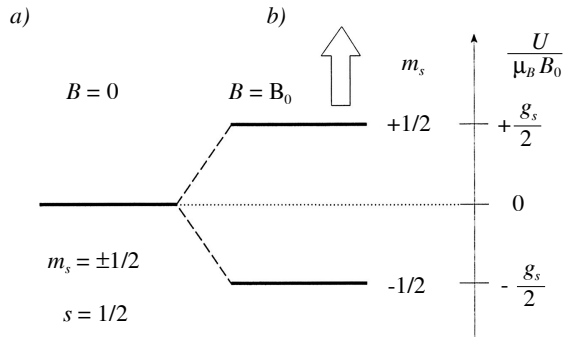
i do uklanjanja degeneracije. Originalno energijsko stanje, usled međudejstva spinskog magnetnog momenta $\vec{\mu}_s$ i spoljašnjeg magnetnog polja indukcije \vec{B}_0 , cepa se na dva nivoa čije su energije:

$$(5.2.15c) \quad U_{m,s} = \pm \frac{1}{2} g_s \mu_B B_0. \quad (6.1.5)$$



Slika 6.1.3 Spinski ugaoni moment u magnetnom polju: a) van polja vektor spinskog ugaonog momenta nalazi se negde na površini jedne od kupa koja je opisana oko proizvoljno izabrane ose projektovanja. Energije oba stanja za $m_s = +1/2$ i $m_s = -1/2$ su jednake; b) u spoljašnjem magnetnom polju vektor spinskog ugaonog momenta precesuje. Magnetno polje uklanja degeneraciju, pa stanja sa različitim vrednostima spinskog magnetnog kvantnog broja, m_s , imaju različite energije; c) izostavljanjem precesije iz modela, različita stanja mogu da se prikažu pomoću odgovarajućih vektora čija je energija u magnetnom polju proporcionalna njihovim projekcijama na pravac polja.

Spinski moment u magnetnom polju po modelu energijskih nivoa prikazan je na Slici 6.1.4. Van polja, magnetna energija spinskog momenta jednaka je nuli, dok u polju dolazi do cepanja nivoa na dva podnivoa, saglasno jednačini (6.1.5).



Slika 6.1.4 Spinski ugaoni moment u magnetnom polju: a) van polja spinski ugaoni moment u oba stanja ima istu energiju; b) magnetno polje uklanja degeneraciju, i stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja imaju različite energije.

Treba uočiti da Slika 6.1.4 u pogledu energije spina u magnetnom polju pruža iste podatke kao i Slika 5.2.2. Međutim, s obzirom na to da je model energijskih nivoa oslobođen svih detalja u vezi sa precesijom, usmeravanjem vektora i njegovim projektovanjem na odabranu osu, Slika 6.1.4 je mnogo jasnija i bitni (energijski) odnosi su mnogo očigledniji.

6.1.3 Ukupni ugaoni moment u magnetnom polju

Za razliku od orbitnog i spinskog ugaonog momenta kod kojih veličina magnetne indukcije menja samo jačinu međudejstva, a ne i vrstu međudejstva, osobine ukupnog ugaonog momenta \vec{j} u magnetnom polju zavise od jačine magnetnog polja. Ovde ćemo da razmotrimo dva krajnja slučaja kada je spoljašnje polje vrlo

slabo u poređenju sa lokalnim, atomskim, magnetnim poljem i kada je spoljašnje polje vrlo jako u odnosu na to lokalno polje.

Slabo magnetno polje, $U_{m,j} \ll U_{l,s}$

U slabom polju, kada je energija međudejstva $U_{m,j}$ ukupnog magnetnog momenta $(\vec{\mu}_j)_j$ sa spoljašnjim poljem \vec{B}_0 zanemarljivo mala u odnosu na energiju spin-orbitnog međudejstva $U_{l,s}$, osobine ukupnog ugaonog momenta \vec{j} , mogu da se dobiju iz osobina orbitnog ugaonog momenta. Potrebno je da se odgovarajuće orbitne veličine zamene ukupnim. Znači, ukupni ugaoni moment u magnetnom polju čija je indukcija \vec{B}_0 , precesuje sopstvenom Larmorovom frekvencijom $\vec{\omega}_{L,j}$:

$$\vec{\omega}_{L,j} = -g_j \gamma_l \vec{B}_0 \quad (6.1.6a)$$

$$(5.2.5b) \quad \vec{\omega}_{L,j} = + g_j \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{B}_0 \quad (6.1.6b)$$

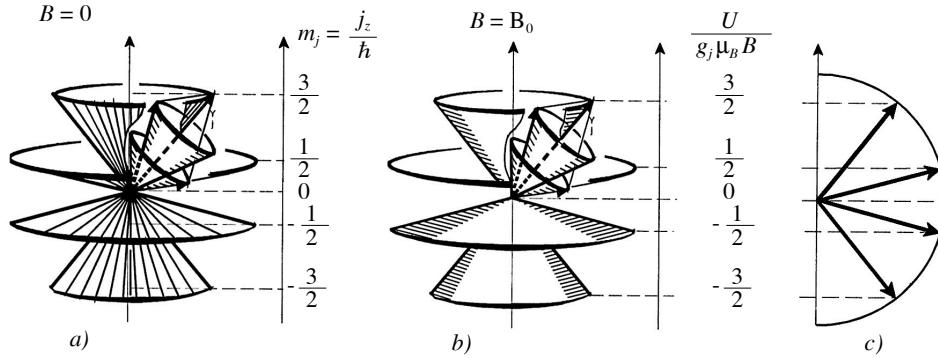
pri čemu precesiona frekvencija ne zavisi od vrednosti magnetnog kvantnog broja m_j . Magnetno polje uklanja degeneraciju energijskih stanja, i slično izrazima (6.1.2) i (6.1.5), nalazimo da zbog dejstva spoljašnjeg magnetnog polja indukcije \vec{B}_0 na ukupni magnetni moment $(\vec{\mu}_j)_j$, energija različitih stanja zavisi od vrednosti magnetnog kvantnog broja m_j :

$$(D-5.2.13a) \quad U_{m,j} = -(\vec{\mu}_j)_j \cdot \vec{B}_0 \quad (6.1.7a)$$

$$(5.2.11c) \quad U_{m,j} = + g_j m_j \mu_B B_0. \quad (6.1.7b)$$

Ukupni ugaoni moment, \vec{j} , u slabom magnetnom polju, šematski je prikazan na Slici 6.1.5. Jedina razlika u odnosu na prethodne slučajeve ogleda se u tome što je vektor \vec{j} složen i što njegove komponente \vec{l} i \vec{s} precesuju oko njega čak i u odsustvu spoljašnjeg polja. U spoljašnjem magnetnom polju, vektor ukupnog ugaonog momenta precesuje, stvarajući precesionu kupu kao i slobodni vektori \vec{l} i \vec{s} u prethodnim slučajevima. Međutim, ovde spregnuti vektori \vec{l} i \vec{s} izvode složeno kretanje. Oni precesuju oko vektora ukupnog ugaonog momenta, \vec{j} , a zatim zajedno s njim oko vektora spoljašnjeg magnetnog polja. Sve dok je uzajamno delovanje vektora \vec{l} i \vec{s} (spin-orbitno međudejstvo) mnogo jače od međudejstva vektora $(\vec{\mu}_j)_j$ sa spoljašnjim magnetnim poljem \vec{B}_0 , frekvencija kojom vektori \vec{l} i \vec{s} precesuju oko vektora \vec{j} mnogo je veća od frekvencije $\vec{\omega}_{L,j}$. Tada, dodatno precesiono kretanje vektora \vec{j} (oko pravca spoljašnjeg magnetnog polja) frekvencijom $\vec{\omega}_{L,j}$ ne utiče na prvobitnu precesiju vektora \vec{l} i \vec{s} , tako da intenzitet vektora \vec{j} , saglasno jednačini (5.4.18), ostaje očuvan.

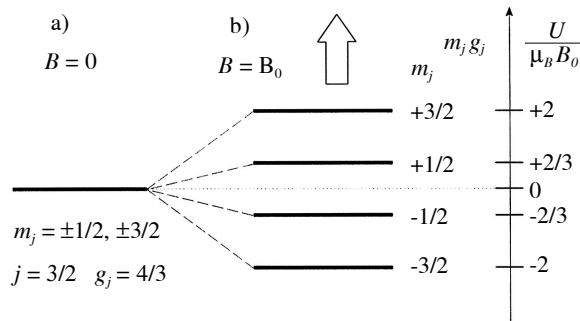
Na Slici 6.1.6 prikazan je dijagram energijskih stanja ukupnog ugaonog momenta, \vec{j} , u magnetnom polju indukcije \vec{B}_0 . Bez polja, magnetna energija sistema



Slika 6.1.5 Ukupni ugaoni moment \vec{j} u slabom magnetnom polju: a) zbog spin-orbitnog međudejstva, i u odsustvu spoljašnjeg magnetnog polja vektori \vec{l} i \vec{s} precesuju oko vektora \vec{j} koji ima stalni intenzitet. Vektor \vec{j} može da se nađe na jednoj od $(2J + 1)$ kupa koje su opisane oko proizvoljno izabrane ose na koju se vektor \vec{j} projektuje. Energija ukupnog ugaonog momenta ne zavisi od toga u kojoj kupi se nalazi; b) ako duž odabrane ose deluje spoljašnje magnetno polje, tada kupe verovatnoće počinju da rotiraju, zapravo, vektor \vec{j} da precesuje. Tada energija vektora ukupnog momenta zavisi od ugla koji kupa zaklapa sa osom (tačnije, od projekcije vektora \vec{j} na izabranu osu), dok je precesiona frekvencija ista za sve kupe; c) ako se precesija kao pojava izostavi iz modela, tada stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_j mogu da se predstavljaju stacionarnim vektorima \vec{j} koji zaklapaju različite uglove sa izabranim pravcem. Energija svakog stanja zavisi od veličine projekcije vektora \vec{j} na pravac spoljašnjeg magnetnog polja \vec{B}_0 .

jednaka je nuli, a energijski nivo je $(2j + 1)$ – put degenerisan. Magnetno polje, međutim, uklanja degeneraciju, pa se prvobitni $(2j + 1)$ – put degenerisani nivo cepa na $2j + 1$ jednako razmaknutih energijskih nivoa.

Slika 6.1.6 Zavisnost energije ukupnog ugaonog momenta od magnetnog polja: a) van polja magnetna energija svih $2j + 1$ stanja jednaka je nuli; b) magnetno polje uklanja degeneraciju. Stanja sa različitim vrednostima magnetnog kvantnog broja m_j imaju različite energije. Energija je proporcionalna magnetnom kvantnom broju m_j i magnetnoj indukciji, B_0 .



Jako magnetno polje, $U_{m,j} \ll U_{l,s}$

Ovde magnetno polje smatramo jakim ako je energija njegovog međudejstva sa orbitnim magnetnim momentom $\vec{\mu}_l$ i sa spinskim magnetnim momentom $\vec{\mu}_s$

mного veća od energije spin-orbitnog međudejstva. Tada je frekvencija kojom ugaoni momenti \vec{l} i \vec{s} precesuju oko spoljašnjeg magnetnog polja indukcije \vec{B}_0 mnogo veća od njihove precesione frekvencije oko vektora ukupnog ugaonog momenta \vec{j} . Zato što preovlađuje međudejstvo sa spoljašnjim magnetnim poljem, vektori \vec{l} i \vec{s} počinju da precesuju oko njega. Kako su precesione frekvencije vektora \vec{l} i \vec{s} različite [jednačine (6.1.1) i (6.1.4)], to se i (prvobitno stalni) ugao koji oni međusobno zaklapaju neprekidno menja. Promena ugla, zapravo, označava promenljivi položaj vektora \vec{l} u odnosu na \vec{s} što za posledicu ima promenljivost vektora \vec{j} . Vektor ukupnog ugaonog momenta \vec{j} nije više konstanta, te ni kvantni brojevi j i m_j nisu više dobri kvantni brojevi. Dakle, jako magnetno polje izaziva **rasprezanje** prvobitno spregnutih vektora \vec{l} i \vec{s} . Raspregnuti vektori \vec{l} i \vec{s} u magnetnom polju ponašaju se kao slobodni vektori čije smo osobine opisali u odeljcima 6.1.1 i 6.1.2.

Na Slici 6.1.7 šematski su prikazane osobine ukupnog ugaonog momenta u jakom magnetnom polju. Pošto vektori \vec{l} i \vec{s} , na koje se rasprezanjem raspao prvobitni vektor ugaonog momenta \vec{j} , precesuju nezavisno sopstvenim frekvencijama, to su i sve njihove osobine nezavisne. Tada se osobine sistema kao celine dobijaju sabiranjem osobina pojedinačnih momenata. Tako je energija magnetnog međudejstva zbir orbitne (6.1.2), i spinske (6.1.5), magnetne energije:

$$U_{m,l,s} = U_{m,l} + U_{m,s} \quad (6.1.8a)$$

$$U_{m,l,s} = (m_l + g_s m_s) \mu_B B_0. \quad (6.1.8b)$$

S obzirom na to da je ukupan broj orbitnih stanja $2l + 1$ i da orbitna stanja mogu da se ostvaruju potpuno nezavisno od spinskih, ukupan broj stanja, $W_{l,s}$, u sistemu u kojem je došlo do rasprezanja vektora \vec{l} i \vec{s} iznosi:

$$W_{l,s} = (2l + 1)(2s + 1) \quad (6.1.9a)$$

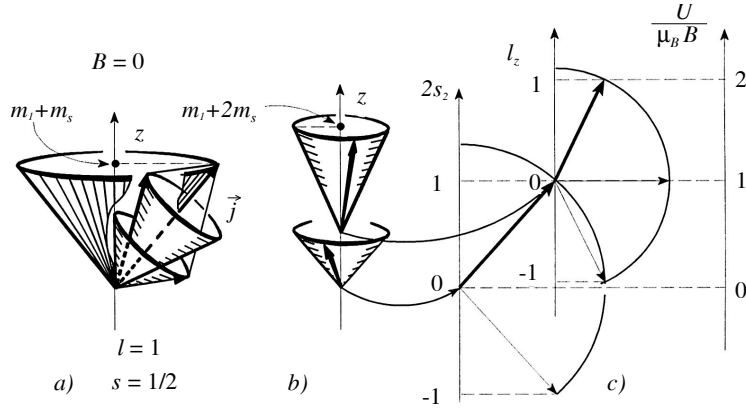
ili s obzirom na to da je za jednoelektronski sistem $s = 1/2$:

$$W_{l,s} = 2(2l + 1) \quad (6.1.9b)$$

što za $l = 1$ i $s = 1/2$ daje ukupno 6, a za $l = 2$ i $s = 1/2$ ukupno 10 stanja. Dakle, od $2j + 1$ prvobitnih spregnutih stanja pod uticajem jakog magnetnog polja u istom, jednoelektronskom sistemu dobijamo $2(2l + 1)$ raspregnutih stanja. Međutim, zbog činjenice da je $g_s \approx 2$ neka stanja imaju iste energije, što se lako pokazuje iz jednačine (6.1.8b). Pošto je $m_s = \pm 1/2$ i $g_s \approx 2$, to je $g_s m_s \approx \pm 1$, što zamenom u izrazu (6.1.8b) daje:

$$U_{m,l,s} = (m_l \pm 1) \mu_B B_0. \quad (6.1.10)$$

Odavde vidimo da izraz u zagradi može da ima sve vrednosti od najveće $l + 1$ (kada je $m_l = l$) do najmanje $(-l - 1)$ (kada je $m_l = -l$), sa jediničnim priraštajem. Postoji



Slika 6.1.7 Ukupni ugaoni moment: a) van polja; b) u jakom magnetnom polju vektori orbitnog i spinskog ugaonog momenta prinudeni su da precesuju oko spoljašnjeg polja zbog jakog međudejstva sa poljem. Precesione frekvencije su različite, zbog različitih žiromagnetnih odnosa, tako da se vektori u spoljašnjem polju praktično kreću nezavisno jedan od drugoga. Znači, jako spoljašnje polje raspereže vektore; c) energijsko stanje sistema kao celine dobija se slaganjem energijskih stanja orbitnog i spinskog momenta.

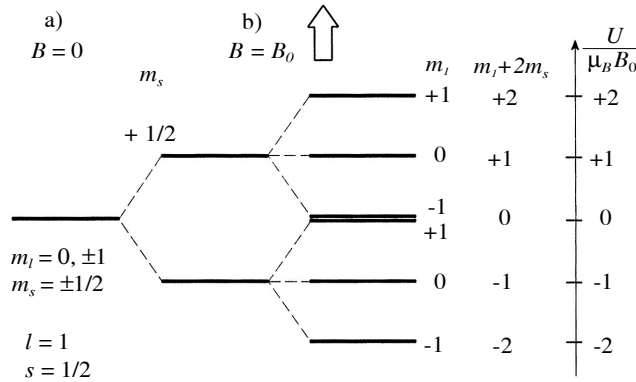
$l + 1$ energijskih stanja sa pozitivnim, i isto toliko energijskih stanja sa negativnim magnetnim kvantnim brojem. Dodamo li tome i jedinstveno energijsko stanje sa nultom energijom, nalazimo da je ukupan broj stanja sa različitim energijama, $W_{U,l,s}$:

$$W_{U,l,s} = 2(l + 1) + 1 = 2l + 3. \quad (6.1.11)$$

Tako za $l = 1$ nalazimo pet stanja sa različitim energijama, za $l = 2$ sedam stanja. Razlika između ukupnog broja stanja (6.1.9b), i broja stanja sa različitim energijama (6.1.11), predstavlja broj onih energijskih stanja koja su čak i u jakom magnetnom polju dva puta degenerisana. Ovu degeneraciju lako je shvatiti iz jednačine (6.1.10), ako se uoči da se isto energijsko stanje postiže kvantnim brojevima m' i m'' , ako je $m' - 1 = m'' + 1$, odnosno $m' - m'' = 2$. Dakle, energijski nivo jednoelektronskog atoma degenerisan $(2j + 1)$ – puta u odsustvu polja, u jakom magnetnom polju u kojem dolazi do rasprezanja orbitnog i spinskog ugaonog momenta, cepa se na $2l + 3$ energijskih nivoa čije su energije izražene jednačinama (6.1.8) i (6.1.10).

Na Slici 6.1.8 šematski je prikazano cepanje ovih nivoa. Zbog nezavisnosti energije orbitnih i spinskih stanja (što je posledica rasprezanja odgovarajućih momenata jakim spoljašnjim magnetnim poljem) originalni $(2j + 1)$ – put degenerisani nivo prvo se cepa na $2s + 1$ spinskih podnivoa, a svaki od njih cepa se na $2l + 1$ orbitnih podnivoa. Pošto su cepanja spinskih i orbitnih podnivoa jednaka (u onoj aproksimaciji u kojoj je $g_s \approx 2$), to dolazi do pojave dvostruke degeneracije nekih podnivoa, tako da je ukupan broj različitih energijskih stanja manji od ukupnog broja nivoa koji se dobijaju posle rasprezanja vektora \vec{l} i \vec{s} , izraz (6.1.11).

Na kraju, treba da se istakne da srednji slučaj $U_{m,j} \approx U_{l,s}$ ne može lako da se opiše pošto treba da se imaju u vidu dva konkurentna procesa, jednovremena precesija vektora \vec{l} i \vec{s} oko ukupnog ugaonog momenta \vec{j} i oko spoljašnjeg magnetnog polja, \vec{B}_0 .



Slika 6.1.8 Cepenje energijskih nivoa ukupnog ugaonog momenta u jakom magnetnom polju: a) van polja magnetna energija ukupnog ugaonog momenta jednaka je nuli (ovde zanemarujemo magnetnu energiju spin-orbitnog međudejstva). Energijski nivo je $(2j+1)$ -put degenerisan; b) u jakom polju dolazi do raspredzanja vektora \vec{l} i \vec{s} . Energijski nivo cepa se na $2s+1$ spinskih podstanja, a svaki od ovih na novih $2l+1$ orbitnih podstanja. Energija svakog tako nastalog stanja, pored magnetne indukcije spoljašnjeg polja B_0 zavisi i od veličine zbira projekcija pojedinih momenata na odabrani pravac, koji se opisuje izrazom $m_l + g_s m_s$ ili ako se uzme da je $g_s \approx 2$, $m_l + 2 m_s$.

6.2 ŠTERN-GERLAHOV OGLED

DODATAK 6.2

D-6.2.1 Dipol u nehomogenom polju

Ponašanje dipola u homogenom polju, opisano u odeljku D-5.2.3, predstavlja poseban slučaj dipola u nehomogenom polju kada je nehomogenost polja jednaka nuli.

Nehomogenost polja izražavamo gradijentom polja, tj., promenom polja sa jediničnom promenom koordinata u izabranom pravcu. Gradijent se određuje samo za skalarna polja. Kod vektorskih polja gradijent se računa za njegovu (skalarnu) komponentu izabranu u proizvoljnom pravcu. Skalarna komponenta određuje se skalarnim proizvodom vektora polja i jediničnog vektora u pravcu u kojem se traži gradijent. Na primer, E_z komponenta polja \vec{E} je $\vec{E} \cdot \vec{k}$, gde je \vec{k} jedinični vektor u pravcu z -ose. Tada je gradijent polja \vec{G} , vektor određen izrazom:

$$\begin{aligned} \vec{G} &= \text{grad}(\vec{E} \cdot \vec{k}) = \vec{\nabla} E_z \\ &= \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \vec{k} . \end{aligned} \quad (\text{D-6.2.1a})$$

Vektori \vec{i} , \vec{j} i \vec{k} su jedinični vektori, redom u pravcu ose x , y i z . Gradijent skalarnog polja je vektor koji može da ima proizvoljni pravac. Mi ćemo da posmatramo najjednostavniji slučaj, prikazan na Slici D-6.2.1, gde se polje menja samo u pravcu koordinate z i to linearno. Dakle, posmatramo poseban slučaj kada i polje \vec{E} i njegov gradijent \vec{G} deluju u pravcu z -ose:

$$\vec{E} = E_z \vec{k}, \vec{G} = G_z \vec{k}.$$

Tada je:

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) \vec{i} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) \vec{j} = 0, \left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right) \vec{k} = \text{const}. \quad (\text{D-6.2.1b})$$

$$\vec{G} = \text{grad}(\vec{E} \cdot \vec{k}) = \vec{\nabla} E_z = \left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right) \vec{k} = G_z \vec{k}.$$

Pri stalnom gradijentu, izraz (D-6.2.1b) važi i kada se od beskonačno malog diferencijalnog priraštaja pređe na konačne priraštaje, pa dobijamo:

$$G_z \vec{k} = \frac{\Delta E_z}{\Delta z} \vec{k}$$

odnosno:

$$\Delta \vec{E} = \Delta E_z \vec{k} = G_z \Delta z \vec{k}. \quad (\text{D-6.2.2})$$

Koristeći iste dokaze kao i u odeljku D-5.2.3, za slučaj prikazan na Slici D-6.2.1 nalazimo da na pozitivno naelektrisanje $+q$ krutog dipola sa postojanim dipolnim momentom $\vec{\mu}$:

$$(\text{D-5.2.8}) \quad \vec{\mu} = q \vec{r} \quad (\text{D-6.2.3})$$

(\vec{r} je rastojanje između tačkastih naelektrisanja) deluje sila \vec{F}_+ :

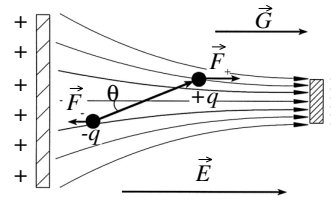
$$\vec{F}_+ = +q \vec{E}_+ \quad (\text{D-6.2.4a})$$

a na negativno naelektrisanje $-q$ sila \vec{F}_- :

$$\vec{F}_- = -q \vec{E}_-. \quad (\text{D-6.2.4b})$$

Zbog nehomogenosti polja, električna polja na koordinatama pozitivnog i negativnog naelektrisanja nisu jednaka, $\vec{E}_+ \neq \vec{E}_-$, ili tačnije $\vec{E}_+ > \vec{E}_-$.

Slika D-6.2.1 Dipol u nehomogenom magnetnom polju. Pored momenta sprega na dipol deluje i sila koja dipolu saopštava ubrzanje u pravcu gradijenta polja.



Ukupna sila koja deluje na postojani dipol jednaka je vektorskom zbiru sila \vec{F}_+ i \vec{F}_- :

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-. \quad (\text{D-6.2.5a})$$

odakle, s obzirom na izraz (D-6.2.4), nalazimo:

$$\vec{F} = +q\vec{E}_+ - q\vec{E}_- = q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) = q\Delta\vec{E} \quad (\text{D-6.2.5b})$$

gde $\Delta\vec{E}$ predstavlja razliku polja na koordinatama pozitivnog i negativnog naelektrisanja. Ako $\Delta\vec{E}$ zamenimo gradijentom polja prema izrazu (D-6.2.2), nalazimo da na dipol, pored momenta \vec{T} , deluje i sila:

$$\vec{F} = qG_z\Delta z\vec{k} \quad (\text{D-6.2.6a})$$

gde je Δz rastojanje između naelektrisanja dipola mereno duž z -ose. Sa Slike D-6.2.1 je očigledno da je:

$$\Delta z = |\vec{r}| \cos \theta$$

što zamenom u (D-6.2.6) daje:

$$\vec{F} = qG_z|\vec{r}| \cos \theta \vec{k}. \quad (\text{D-6.2.6b})$$

Ako uzmemo u obzir jednačinu (D-6.2.3), nalazimo da je:

$$\vec{F} = \mu G_z \cos \theta \vec{k} \quad (\text{D-6.2.6c})$$

odnosno:

$$\vec{F} = \mu_z G_z \vec{k}. \quad (\text{D-6.2.6d})$$

Najzad, budući da sila deluje u pravcu z -ose, poslednji izraz možemo da napišemo u skalarinom obliku:

$$F_z = \mu_z G_z. \quad (\text{D-6.2.6e})$$

Dakle, u linearno nehomogenom polju, na dipol, pored momenta sprega, deluje i rezultujuća sila koja je proporcionalna gradijentu polja i projekciji momenta na pravac gradijenta. To znači da u nehomogenom polju, pored rotacije dipola, dolazi i do njegovog pomeranja u smeru gradijenta polja.

Osobine magnetnog dipola (magnetnog momenta) u nehomogenom magnetnom polju dobijaju se neposredno iz razmatranja iznetih za električni dipol u električnom polju. Sila, F_z , koja deluje na magnetni moment, $\vec{\mu}$, u gradijentu magnetnog polja, G_z , proporcionalna je gradijentu i projekciji momenta na pravac gradijenta, jednačina (D-6.2.6e).

Isti izraz lako može da se dobije formalnim putem ako imamo na umu da je sila potencijalnog polja, \vec{F} , jednaka negativnom gradijentu njegovog potencijala, U :

$$\vec{F} = -\text{grad}(U) = -\vec{\nabla} U. \quad (\text{D-6.2.7a})$$

Pošto je:

$$(D-5.2.13a) \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

iz izraza (D-6.2.7a) nalazimo:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}(-\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (D-6.2.7b)$$

$$\vec{F} = + \left[\frac{\partial(\vec{\mu} \cdot \vec{B})}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial(\vec{\mu} \cdot \vec{B})}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial(\vec{\mu} \cdot \vec{B})}{\partial z} \vec{k} \right]. \quad (D-6.2.7c)$$

Ako opštu jednačinu (D-6.2.7c) primenimo na ovaj slučaj koji nas zanima, tj. na postojeći dipol u jednodimenzionom stalnom gradijentu:

$$\begin{aligned} |\vec{\mu}| &= const., \quad B_x = B_y = 0, \quad B = B_z \vec{k} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} &= \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial B_z}{\partial z} = const. \end{aligned}$$

neposredno dobijamo:

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \vec{k} \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \quad (D-6.2.7d)$$

odnosno:

$$F_z = \mu_z \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right). \quad (D-6.2.7e)$$

Dakle, kao i ranije nalazimo da je sila koja deluje na dipol u gradijentu polja proporcionalna gradijentu i projekciji dipola na pravac gradijenta.

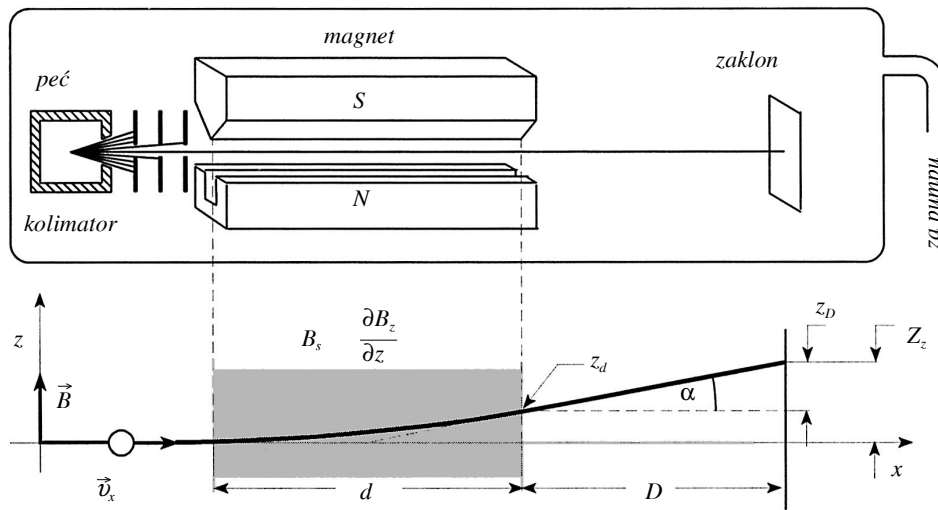
Kako je već pomenuto, Štern-Gerlahov eksperiment postavljen je i izveden sa jednim ciljem da se proveriti hipoteza o prostornom kvantovanju ugaonih momenta pojedinačnih, neutralnih, atoma u magnetnom polju. S tim ciljem, snop atoma srebra propušta se kroz nehomogeno magnetno polje čiji je gradijent paralelan sa pravcem delovanja polja. Magnetno polje ima dvostruku ulogu: da odredi pravac duž kojeg se ispituje kvantovanje ugaonog momenta, i da gradijentom izazove skretanje atoma sa prvobitnog pravca, saglasno jednačini (D-6.2.7e).

6.2.1 Opis ogleda

Uređaj koji su Štern i Gerlah koristili prikazan je šematski na Slici 6.2.1. Uređaj se nalazi u visokom vakuumu da bi se obezbedilo da slobodni atomi srebra, koji se oslobađaju iz peći, celu putanju do zaklona na kojem se registruju, prelaze bez sudara sa molekulima vazduha. Na atmosferskom pritisku srednji slobodni put atoma je oko 10^{-4} cm. Da bi se srednji slobodni put učinio dužim od rastojanja između peći i zaklona, približno 1–2 m, pritisak u uređaju mora da bude manji od 10^{-8} atmosfera. Neutralni atomi srebra nakon izletanja iz peći usmeravaju se, prave snop,

i posle prolaska kroz magnet padaju na zaklon. Kada magnetno polje nije uključeno, na zaklonu se vremenom pojavljuje lik upadnog snopa od nataloženih atoma srebra. Pošto se kolimator sastoji od niza proreza, lik na ekranu se javlja u vidu tanke horizontalne linije.

Snop atoma srebra pada normalno na pravac magnetnog polja, Slika 6.2.1a. Magnet kroz koji snop prolazi napravljen je tako da je gradijent polja najveći u pravcu z -ose, a zanemarljivo mali u pravcu x -ose i y -ose, Slika 6.2.1b. I pravac magnetne indukcije poklapa se sa z -osom. Zbog toga, kada se polje uključi, na svaki atom deluje sila F_z koja je normalna na pravac kretanja atoma. Posle izlaska iz magnetnog polja skrenuti atomi nastavljaju da se kreću pravolinijski do zaklona.



Slika 6.2.1 Štern – Gerlahov ogled: (gore) šema uređaja; (dole) putanja neutralnog atoma u uređaju.

Kao što se vidi sa Slike 6.2.1b, geometrija kretanja neutralnih atoma vrlo je slična slučaju koji je opisan u odeljku 2.2.4, gde je razmatrano kretanje elektrona u poprečnom (transverzalnom) električnom polju. Dakle, neutralni atom stalnom brzinom, v_x , uleće u gradijent magnetnog polja $(\partial B/\partial z)\vec{k}$, gde na putu d_m ($d_m \approx 10\text{--}50\text{ cm}$) na njega deluje sila F_z :

$$(D-6.2.7c) \quad F_z = \mu_z \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right). \quad (6.2.1)$$

Ovde je μ_z projekcija magnetnog momenta atoma na pravac spoljašnjeg polja i z -osu. Nakon izlaska iz magneta atom se kreće pravolinijski i prewalivši put D ($D \approx 50\text{--}100\text{ cm}$) pada na zaklon. Otklon atoma na zaklonu Z_z , meren u odnosu na položaj u kojem atomi padaju kada nema polja, neposredno se meri. Ovaj otklon možemo da povežemo sa parametrima uređaja, razmatranjem koje je slično onom iznetom u odeljku 2.2.4.

Dakle, atom se kreće stalnom brzinom, v_x , koja, zbog prilično malog skretanja, može da se smatra stalnom tokom celog ogleda. Na putu d_m , na atom deluje stalna sila F_z , pa je uvek:

$$v_x = \text{const.}, v_y = 0, \quad (6.2.2)$$

a pri $t = 0$:

$$v_z(0) = 0 \text{ i } z(0) = 0.$$

Ukupno vreme, t_d , koje atom provede u magnetnom polju, možemo da izrazimo preko početne brzine atoma v_x i dužine zone d_m , u kojoj polje deluje:

$$v_x = \frac{d_m}{t_d}, t_d = \frac{d_m}{v_x}. \quad (6.2.3)$$

Jednačinu kretanja atoma u magnetnom polju nalazimo iz II Njutnovog zakona:

$$(D-2.2.1c) \quad F_z = m_A \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (6.2.4)$$

gde je m_A masa atoma. Preuređivanjem nalazimo:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{F_z}{m_A}. \quad (6.2.5)$$

Cilj nam je da veličinu koju tražimo, a koju ne možemo neposredno da merimo (što se odnosi na skoro sve atomske veličine), dovedemo u vezu sa veličinama koje merimo i koje instrumentalnim parametrima možemo da zadajemo. U ovom slučaju, projekciju magnetnog momenta atoma na pravac magnetnog polja μ_z , želimo da povežemo sa otklonom snopa na ekranu koji neposredno merimo i sa parametrima uređaja [dimenzijama uređaja D i magnetnog polja d_m , sa veličnom gradijenta, $(\partial B / \partial z)$, itd.].

S obzirom na to da su F_z i m_A konstante, izraz (6.2.5) može da se neposredno integriše, pa dobijamo:

$$\frac{dz}{dt} = v_z = \frac{F_z}{m_A} t + C_1 \quad (6.2.6)$$

a ponovljenim integraljenjem:

$$z = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_A} t^2 + C_1 t + C_2. \quad (6.2.7)$$

Jednačina kretanja (6.2.5) važi samo za područje u kojem na atom deluje magnetno polje, što znači da može da se integriše u vremenskom intervalu od $t = 0$ do $t = t_d$.

Zamenom početnih uslova (6.2.2) u izraze (6.2.6) i (6.2.7), nalazimo da je $C_1 = C_2 = 0$ i da z -otklon atoma posle vremena t_d iznosi:

$$z_d = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_A} t_d^2. \quad (6.2.8a)$$

Najzad, oslobađajući se vremena t_d pomoću izraza (6.2.3), nalazimo otklon atoma na izlasku iz magnetnog polja:

$$z_d = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m_A} \frac{d_m^2}{v_x^2}. \quad (6.2.8b)$$

Na isti način iz jednačine (6.2.6) nalazimo z -komponentu brzine koju atom dobija posle prolaska kroz gradijent polja:

$$(v_z)_d = \frac{F_z d_m}{m_A v_x}. \quad (6.2.9)$$

U području D atom se kreće pravolinijski, pod uglom α u odnosu na pravac upadnog snopa. Ugao skretanja α (koji je veoma, veoma, mali) određen je odnosom brzina $(v_z)_d$ i v_x :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(v_z)_d}{v_x} = \frac{F_z d_m}{m_A v_x^2}. \quad (6.2.10)$$

Ugao skretanja α može da se odredi i iz geometrijskih odnosa. Sa Slike 6.2.1b vidimo da je:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{z_D}{D}$$

odakle nalazimo:

$$z_D = D \operatorname{tg} \alpha \quad (6.2.11a)$$

a zamenom $\operatorname{tg} \alpha$ iz (6.2.10):

$$z_D = \frac{F_z D d_m}{m_A v_x^2}. \quad (6.2.11b)$$

Skretanje atomskog snopa na ekranu Z_z , Slika 6.2.1b, jednako je zbiru otklona z_d i z_D . Sabiranjem jednačina (6.2.8b) i (6.2.11b) nalazimo:

$$Z_z = \frac{F_z d_m \left(D + \frac{1}{2} d_m \right)}{m_A v_x^2} \quad (6.2.12a)$$

a zamenom sile F_z iz (6.2.1):

$$Z_z = \frac{d_m \left(D + \frac{1}{2} d_m \right)}{m_A v_x^2} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right) \mu_z. \quad (6.2.12b)$$

S obzirom na to da su parametri d_m , D , $(\partial B / \partial z)$, v_x i m_A za date eksperimentalne uslove stalni, to izraz (5.4.12a) u sažetom obliku možemo da napišemo kao:

$$Z_z = K \mu_z. \quad (6.2.12c).$$

Dakle, skretanje snopa neutralnih atoma u poprečnom magnetnom polju i poprečnom gradijentu proporcionalno je projekciji magnetnog momenta na pravac polja.

6.2.2 Tumačenje rezultata

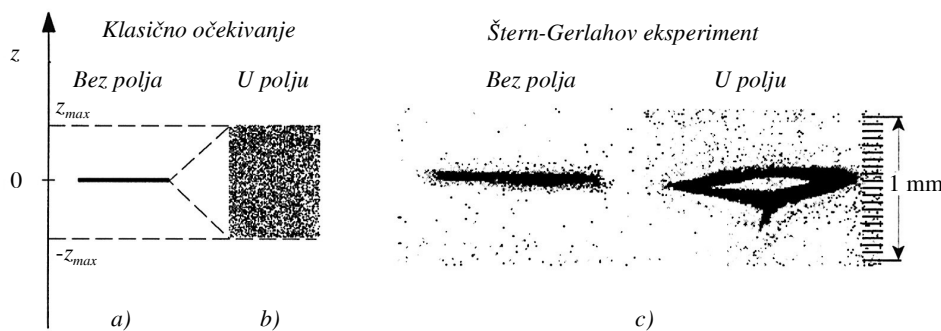
Iz jednačine (6.2.12c) sledi da je odklon snopa neutralnih atoma pod uticajem poprečnog magnetnog polja i njegovog gradijenta proporcionalan projekciji magnetnog momenta atoma na pravac polja. Po klasičnoj teoriji, magnetni momenti su haotično usmereni u prostoru. To znači da mogu da imaju proizvoljne smerove u odnosu na izabrani pravac. U magnetnom polju momenti se usmeravaju u pravcu polja ali zato što nema nikakvih ograničenja, projekcija momenta na pravac polja μ_z može da ima vrednost od 0 do $\pm (\mu_z)_{\max}$. Zbog toga bi, prema klasičnim očekivanjima, i odklon atoma na zaklonu mogao da ima neprekidno raspodeljene vrednosti od 0 do $\pm (Z_z)_{\max}$, kao što je šematski prikazano na Slici 6.2.2b. Međutim, za neutralni snop atoma srebra, Štern i Gerlah su dobili na zaklonu dva diskretna traga, Slika 6.2.2c. Iz toga neposredno sledi da μ_z kod atoma srebra može da ima samo dve diskretne vrednosti. Štern-Gerlahov ogled izveden je i na drugim neutralnim atomima: H, Li, Na, K, Cs, V, Mn, Fe, Hg, Mg, ... I kad god je bilo otklona, cepanje originalnog snopa bilo je **diskretno**. Pri tome je opaženo da kod atoma H, Li, Na, K, Cs i Ag snop ostavlja dva traga, kao na Slici 6.2.2c, kod atoma vanadijuma četiri, kod mangana šest, kod gvožđa 9, itd. Isto tako bilo je uočeno to da postoje atomi na čiji snop magnetno polje uopšte ne utiče (Hg, Mg). Činjenica da snop skreće, predstavlja neposredni dokaz za postojanje magnetnog momenta kod slobodnog neutralnog atoma, a diskretna priroda skretanja pruža dokaz o postojanju prostornog kvantovanja.

Kvalitativno objašnjenje Štern-Gerlahovog ogleda može da se dobije i iz Bor-Zomerfeldove teorije u kojoj je jasno iskazano prostorno kvantovanje ugaonih momenata. Međutim, Bor-Zomerfeldova teorija nailazi na teškoće već prilikom tumačenja broja komponenata na koje se cepa originalni snop. Na primer, za atom vodonika kod kojeg je u osnovnom stanju $n_\phi = 1$, očekuje se cepanje snopa na tri komponente ($m = -1, 0, +1$). Eksperimentalno su, međutim, opažene samo dve. Iz toga neposredno sledi da u osnovnom stanju vodonika n_ϕ mora da bude manje od 1, dakle 0, a otuda sledi da elektron poseduje sopstveni magnetni moment. (Istorijski gledano, ovakav zaključak iz Štern-Gerlahovog ogleda izvučen je tek nekoliko godina kasnije kada su Ulenbek i Gudsmit postulirali spin elektrona, pošavši od sasvim drugih činjenica.)

Sve posledice Štern-Gerlahovog ogleda lako mogu da se objasne na osnovu razmatranja koja su izneta u prethodnom odeljku u okviru vektorskog modela atoma. Atomi koji uopšte ne skreću u gradijentu magnetnog polja (Hg, Mg, ...) u osnovnom stanju **nemaju** magnetni moment. To znači da imaju paran broj elektrona i da elektroni obrazuju zatvorene elektronske ljuske u kojima su orbitni i spinski momenti uzajamnim delovanjem poništeni. Zbog toga, ukupni atomski momenti, magnetni i ugaoni, potiču od jednog ili više elektrona koji se u atomu nalaze van zatvorenih ljuski. Pošto se najveći broj izvedenih eksperimenata odnosi na atome koji imaju jedan elektron u s -stanju, to ukupnom atomskom magnetnom momentu doprinosi samo spinski magnetni moment tog elektrona. U spoljašnjem magnetnom polju ovaj moment može da zauzme jedno od dva moguća stanja, $m_s = +1/2$ i $m_s = -1/2$. U svakom od tih stanja atom precesuje jednom te istom Larmorovom frekvencijom ali ima različite projekcije na pravac magnetnog polja, u prvom slučaju pozitivnu, a u drugom negativnu. Zbog vrlo male verovatnoće, spontani prelaz iz jednog m_s stanja u drugo praktično se ne odigrava, tako da je približno jedna polovina atomskih momenata usmerena paralelno, a druga antiparalelno polju. Pod uticajem gradijenta polja na usmerene magnetne momente deluje sila F_z . Sila je istog intenziteta za oba m_s stanja ali zbog suprotnih smerova magnetnih momenta, ta sila deluje u suprotnim smerovima. Zbog toga se pri dovoljno velikom gradijentu originalni snop cepa i deli na dva simetrična snopa. Mereći rastojanja između tragova koje ostavljaju atomi na ekranu i znajući ostale instrumentalne parametre, Štern i Gerlah su mogli da sa greškom od $\pm 10\%$ izmere apsolutnu vrednost magnetnog momenta mnogih atoma. Za one atome čiji se snop cepa na dva, našli su da je μ_z vrlo blizu vrednosti Borovog magnetona μ_B , jednačina (5.1.9).

Iz opisanog Štern-Gerlahovog ogleda i drugih sličnih merenja može da se zaključi sledeće:

a) Postoji **prostorno kvantovanje** magnetnih (i njima pridruženih ugaonih) momenata. Magnetni (ugaoni) momenti u magnetnom polju indukcije B_0 mogu da se orijentišu samo pod određenim uglovima;



Slika 6.2.2 Otklon neutralnog snopa atoma srebra u Štern-Gerlahovom ogledu: a) u odsustvu polja nema otklona; b) po klasičnoj teoriji očekuje se ravnomerno raspršivanje snopa u intervalu $\pm (Z)_{\max}$; c) originalni rezultat Štern-Gerlahovog eksperimenta. Snop atoma srebra propušan je dovoljno dugo da se stvori vidljiva naslaga srebra na staklenoj ploči. U magnetnom polju snop se cepa na dve komponente. Cepanje je jasno izraženo samo u sredini snopa gde je gradijent polja najveći.

b) Iz kvantitativnog razmatranja opaženog cepanja snopa neutralnih atoma srebra nađeno je da je $\mu_z = \pm\mu_B$. U opštem slučaju, ako je veličina gradijenta polja poznata ovom metodom mogu neposredno da se mere magnetni momenti atoma;

c) Za atome koji imaju najdalji (valentni) elektron u s -stanju (H, Li, Na, K, Cs, Ag, ...) dobija se ista vrednost za silu skretanja, odakle sledi da se **ugaoni momenti svih unutrašnjih elektrona uzajamno poništavaju**, tako da se eksperimentalno opaža samo uticaj poslednjeg s -elektrona;

Slika 6.2.3 Cepanje snopa litijumovih atoma u magnetnom polju po metodi Šterna i Gerlaha. Snop ostavlja dva traga pošto je litijumov term u osnovnom stanju $^2S_{1/2}$ [jedan valentni elektron u s orbiti ($l = 0$) sa spinskim momentom $1/2$]. Iz rastojanja između tragova može da se odredi veličina magnetnog momenta. Na taj način Gerlah je uspeo da dokaže da je magnetni spinski moment jednak Borovom magnetonu.



d) Elektron u s -stanju ima orbitni ugaoni moment $l = 0$ i njegov moment potiče samo od elektronskog spina;

e) Kao i kod žiroskopa, veličina i pravac ugaonog momenta atoma ostaju očuvani za vreme njegovog kretanja kroz prostor.

Na kraju, treba da se istakne da je Štern-Gerlahov eksperiment dao osnovu za predstave o ugaonim i magnetnim momentima atoma, koje su izložene u odeljcima 5.1 i 5.2.

6.3 ZEMANOV EFEKT

Zemanov efekt (Piter Zeeman, 1865–1943), je pojava cepanja spektralnih linija, na više komponenata kada se atomi koji ih emituju nađu u magnetnom polju. Dva Zemanova efekta, normalni i anomalni, dobili su imena prema tome da li su ili ne mogli da se objasne klasičnim predstavama. Normalni Zemanov efekt objasnio je Lorenc (Hendrik Antoon Lorentz, 1853–1928) klasičnom elektronskom teorijom, dok je za objašnjenje anomalnog efekta trebalo sačekati razvoj kvantne mehanike. Ovde ćemo detaljno da razmotrimo oba efekta. Videćemo da je anomalni efekt zapravo normalnija pojava od normalnog. Isto tako, videćemo da normalni efekt predstavlja samo poseban slučaj anomalnog Zemanovog efekta.

DODATAK 6.3

D-6.3.1 Zračenje Hercovog dipola

Prema klasičnom shvatanju, svako naelektrisanje pri ubrzanom kretanju emituje elektromagnetne talase. Najočigledniji primer predstavlja zakonočno zračenje, odeljak 7.2, koje nastaje kao posledica usporavanja elektrona na metalnoj meti.

Najjednostavniji izvor koherentnog elektromagnetnog zračenja, dakle zračenja sa dobro određenom frekvencijom i fazom, predstavlja električni dipol koji se sastoji od dva jednaka naelektrisanja, suprotnog znaka, koja linearno harmonijski osciluju. Ovaj slučaj dipola koji zrači prvi je opisao Hajnrih Herc (Heinrich Hertz) koristeći Maksvelovu elektromagnetnu teoriju, pa se zbog toga naziva Hercov dipol. Ako naelektrisanja imaju jednake mase, njihovi otkloni su jednaki i u suprotnim smerovima u odnosu na centar mase. Međutim, ako mase naelektrisanja nisu jednake, masivnija čestica ima manju amplitudu oscilovanja u

odnosu na zajednički centar mase. Kada je masa lakše čestice zanemarljiva u odnosu na masu teže, masivna čestica je praktično nepokretna. Tada su oscilacije dipola posledica kretanja samo lakše čestice. Ovaj slučaj je veoma važan za opisivanje zračenja atomskih sistema pošto masivno atomsko jezgro može da se smatra praktično nepomičnim. Atomski oscilujući dipol, po klasičnom shvatanju, javlja se kao posledica oscilatornog kretanja elektrona u atomu.

Šematski prikaz Hercovog dipola dat je na Slici D-6.3.1. Postavimo koordinatni sistem u centar mase dipola, sa z-osom koja je paralelna osi dipola. Tada zračenje dipola u proizvoljnoj izabranoj tački određenoj vektorom \vec{r} možemo da izrazimo bilo preko jačine električnog polja, elektromagnetnog talasa u toj tački $E(r, \theta, \varphi)$, bilo preko intenziteta zračenja $I(r, \theta, \varphi)$. Intenzitet zračenja proporcionalan je kvadratu polja, tj.:

$$I(r, \theta, \varphi) \propto E^2(r, \theta, \varphi). \quad (\text{D-6.3.1})$$

Na ovom mestu razmatramo samo ugaonu zavisnost intenziteta dipolnog zračenja, pa rastojanje r kao promenljivu možemo da izostavimo, dakle, $E = E(\theta, \varphi)$. Zbog osne simetrije dipola i izotropije slobodnog prostora, očigledno je da intenzitet zračenja ne zavisi od koordinate φ , tako da se prostorna zavisnost emitovanog zračenja svodi na koordinatu θ .

Poznato je da su u izotropnoj sredini elektromagnetni talasi poprečni (transverzalni), tj., električno polje talasa je normalno na pravac njegovog prostiranja. Vektor električnog polja talasa proporcionalan je vektoru dipolnog momenta koji ga stvara. Dakle, poprečna komponenta električnog polja u proizvoljno izabranom pravcu $E(\theta)$, proporcionalna je projekciji vektora dipolnog momenta na ravan koja je normalna na pravac prostiranja talasa. Iz odnosa vektora dipolnog momenta, $\vec{\mu}_D$, i vektora položaja, \vec{r} , Slika D-6.3.1a, vidimo da je dipolno zračenje linearno polarizovano, a da je ravan polarizacije određena vektorima $\vec{\mu}_D$ i \vec{r} . Isto tako, sa slike je očigledno da je:

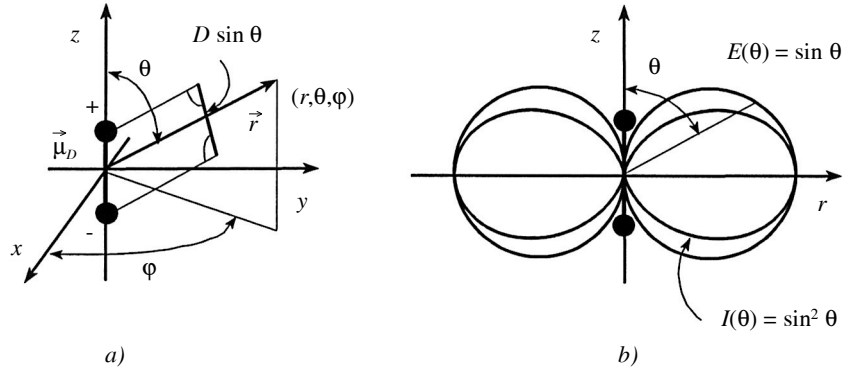
$$E(\theta) \propto \sin \theta \quad (\text{D-6.3.2})$$

a s obzirom na (D-6.3.1):

$$I(\theta) \propto \sin^2 \theta. \quad (\text{D-6.3.3})$$

Ugaona zavisnost električnog polja emitovanog zračenja, $E(\theta)$, i intenziteta emitovanog zračenja, $I(\theta)$, jednačine (D-6.3.2) i (D-6.3.3), prikazana je na Slici D-6.3.1b. Sa slike, kao i iz odgovarajućih izraza, sledi da je intenzitet zračenja najveći u pravcu normalnom na oscilujući dipol, i što je za nas još važnije, dipol ne emituje zračenja u pravcu paralelnom svojoj osi.

Drugi, ovde važan izvor zračenja predstavlja naelektrisanje koje se kreće po kružnoj putanji, kao što je šematski prikazano na Slici D-6.3.2. Kao u prethodnom slučaju i ovde vektor električnog polja emitovanog zračenja mora da bude paralelan projekciji dipolnog momenta $\vec{\mu}_D$ na ravan koja je normalna na pravac prostiranja talasa. U ovom slučaju naelektrisanje dobija ubrzanje zbog rotacije postojanog dipola (a ne oscilacijama kao kod Hercovog dipola), pa komponenta električnog polja zračenja koje taj dipol emituje, takođe, rotira u ravni koja je normalna na pravac zračenja. To znači da je zračenje emitovano u pravcu z-ose, Slika D-6.3.2, cirkularno polarizovano, a u proizvoljno izabranom pravcu polarizacija je eliptična. Situacija postaje mnogo jasnija ako kružno kretanje naelektrisanja predstavimo kao slaganje dva međusobno normalna oscilujuća dipola koji su pomereni u fazi za 90° . Ose duž kojih kružno kretanje razlažemo na dva Hercova dipola, Slika D-6.3.2b, x', y' , biramo tako da



Slika D-6.3.1 Zračenje Hercovog dipola: a) električni vektor emitovanog zračenja dobijamo projektovanjem dipolnog momenta na ravan koja je normalna na pravac prostiranja zračenja. U pravcu ose dipola ova projekcija je nula, dakle, u tom pravcu dipol ne zrači. Zračenje emitovano u drugim pravcima je linearno polarizovano pošto električni vektor emitovanog zračenja uvek leži u ravni koja prolazi kroz osu dipola; b) intenzitet emitovanog zračenja proporcionalan je kvadratu vektora električnog polja. Intenzitet je najveći u ravni normalnoj na osu dipola i u izotropnoj sredini ne zavisi od ugla φ .

jedna, recimo y' , leži u ravni normalnoj na pravac u kojem posmatramo zračenje. Tada, na svaki dipol primenjujemo jednačine D-6.3.2 i D-6.3.3, pa nalazimo:

$$\begin{aligned} E_{x'}(\theta) &\propto \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ E_{y'} &\propto \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{D-6.3.4})$$

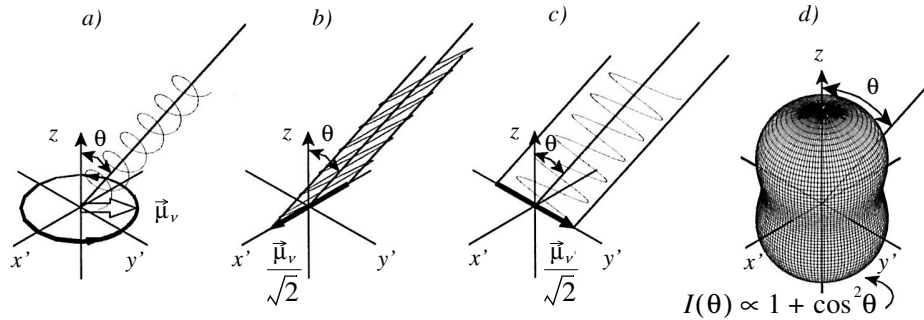
i:

$$\begin{aligned} I_{y'}(\theta) &\propto \frac{1}{2} \cos^2 \theta \\ I_{y'} &\propto \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (\text{D-6.3.5})$$

Ukupan intenzitet nalazimo sabiranjem intenziteta zračenja sa komponentni dipola:

$$\begin{aligned} I_{circ} &= I_{x'} + I_{y'} \\ I_{circ} &\propto \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta). \end{aligned} \quad (\text{D-6.3.6})$$

Iz dobijenih izraza zaključujemo da rotirajuće naelektrisanje emituje zračenje u svim pravcima i to najjače pri $\theta = 0^\circ$. Tada je $E_{x'} = E_{y'}$ i zračenje je cirkularno polarizovano. Pri



Slika D-6.3.2 Zračenje rotirajućeg dipola: a) naelektrisanje u kružnom, dakle, ubrzanom kretanju, emituje zračenje čiji električni vektor, kao i kod Hercovog dipola, dobijamo projektovanjem dipolnog momenta na ravan koja je normalna na pravac prostiranja zračenja. U opštem slučaju ova projekcija menja se po položaju i po veličini, pa je zračenje eliptično polarizovano; b) intenzitet i polarizaciju zračenja određujemo tako što kružno kretanje razlažemo na dve ortogonalne, linearne komponente, u fazi pomerene za 90° . U pravcu z -ose intenzitet projekcije se ne menja – emitovano zračenje je cirkularno polarizovano; c) u pravcu normalnom na z -osu projekcija je neprekidno u ravni rotacije dipola i emitovano zračenje je linearno polarizovano; d) prema izrazu (D-6.3.6) intenzitet zračenja najveći je u pravcu z -ose, a najmanji normalno na nju.

$\theta = 90^\circ$ pošto je $E_{z'} = 0$ zračenje je najslabije i linearno polarizovano. Ravan polarizacije i ravan rotacije naelektrisanja koje zrači, su paralelne. Zračenje emitovano pod proizvoljnim uglom θ , je eliptički polarizovano. Zavisnost njegovog intenziteta od ugla θ određena je izrazom (D-6.3.6), a grafički je prikazana na Slici D-6.3.2.

Kao što zračenje naelektrisanja koje kruži formalno možemo da opišemo kao slaganje zračenja dva međusobno normalna Hercova dipola, tako i Hercov dipol možemo da predstavimo kao slaganje dva rotirajuća naelektrisanja koja kruže istom frekvencijom u suprotnim smerovima. Ovaj formalizam je zgodan zbog toga što zračenje proizvoljno usmerenog Hercovog dipola možemo da predstavimo kao slaganje zračenja Hercovog dipola paralelnog z -osi i dva rotirajuća dipola koji kruže u suprotnim smerovima. Ako osa rotacije dipola prolazi kroz jedno od njegovih naelektrisanja (kao recimo kod atoma gde negativni elektroni „kruže” oko masivnog pozitivnog jezgra), tada je svedjedno da li posmatramo rotirajući dipol ili rotirajuće naelektrisanje. Naelektrisanje koje nije u pokretu, ne utiče na emitovano zračenje.

D-6.3.2 Ugaoni moment fotona

U klasičnoj teoriji svetlosti polarizacija zračenja može da se objasni preko osobina električnog vektora elektromagnetnog talasa. Ako je ovaj vektor neprekidno u jednoj ravni, tada je talas linearno polarizovan. Ako vektor rotira u ravni koja je normalna na pravac prostiranja zračenja, tada je reč o (levo ili desno) cirkularno polarizovanom talasu. Eliptična polarizacija, leva ili desna, predstavlja najopštiji slučaj gde se kod električnog vektora zračenja menja i ugao i intenzitet.

U korpuskularnoj teoriji svetlosti, kada kao nosioce elektromagnetne energije posmatramo fotone, sve pojave, uključujući i polarizaciju, možemo da objasnimo odgovarajućim osobinama fotona. Na primer, frekvenciji svetlosti (talasnoj dužini) pridružuje se mehanički moment fotona.

Kako smo već pomenuli u odeljku 4.6.5, foton pored impulsa (mehaničkog momenta) ima i ugaoni moment, spin, koji iznosi $+\hbar$ ili $-\hbar$. Na osnovu sličnosti sa drugim kvantnim objektima gde se veličina ugaonog momenta menja za $1 \times \hbar$, očekivalo bi se da postoji i foton sa nultim ugaonim momentom. Kako to ne postoji, ovde smo ponovo došli u situaciju u kojoj

smo bili i nekoliko puta ranije, da svako korišćenje analogije, kad-tad nailazi na prepreku zbog koje ne može da se dosledno primeni na sve pojave. U ovom slučaju, sličnost fotona sa drugim česticama u pogledu spina ne može da se sprovede do kraja zbog relativističke prirode fotona. Naime, foton za razliku od drugih čestica nema masu mirovanja, kreće se brzinom svetlosti, pa otuda ne može u svemu da bude sličan drugim česticama sa konačnom masom mirovanja.

Spin fotona, dakle njegov ugaoni moment, može da se dovede u vezu sa cirkularnom polarizacijom svetlosti, za šta postoje i neposredni eksperimentalni dokazi. Ako crno telo (apsorber) apsorbuje (upija) cirkularno polarizovano zračenje, tada pored energije, apsorber od prispelih fotona dobija i obrtni mehanički moment. Mada je ovaj uticaj izuzetno mali, Bet (R. A. Beth) ga je eksperimentalno opazio 1936. godine. Iz Betovog eksperimenta neposredno sledi da dva spinska stanja fotona $+\hbar$ ili $-\hbar$ mogu da se povežu sa dva smera cirkularne polarizacije svetlosti. Pošto, prema relativističkoj teoriji, ne može da postoji kretanje normalno na pravac prostiranja fotona, polarizacija fotona, spin, objašnjava se ugaonim momentom koji je paralelan ili antiparalelan smeru prostiranja svetlosti. Obično se uzima da L -polarizovani fotoni imaju ugaoni moment $+\hbar$ (u istom smeru sa smerom njihovog kretanja), a D -polarizovani fotoni $-\hbar$ (u suprotnom smeru od smera kretanja). Normalno, postavlja se pitanje šta je sa linearno polarizovanim zracima koji bi odgovarali fotonima sa nultim ugaonim momentom. Slučaj linearne polarizacije objašnjava se, kao i kod elektromagnetnih talasa, slaganjem L i D polarizovanih stanja.

Detaljni opis polarizacije fotona ovde se iznosi u vezi sa pravilima izbora, koja su podrobnije razmotrena u odeljku 9.3, a koja su veoma važna za objašnjenje Zemanovog efekta. S jednim od ključnih pravila izbora, $\Delta l = \pm 1$, susreli smo se još u odeljku 4.6.5. Ovo pravilo posledica je zakona o održanju ugaonog momenta. Za svaki sistem, pa i za atom koji zrači, ugaoni moment mora da bude stalan, tj., $\sum \vec{l}_i = \text{const.}$ Pošto foton sa sobom odnosi ugaoni moment $\pm\hbar$, to i atom, koji ga emituje mora u odgovarajućem iznosu da promeni sopstveni ugaoni moment.

Kako smo videli u prethodnom odeljku, D-6.3.1, cirkularno polarizovani foton emituje se samo u pravcu z -ose. Isto tako, cirkularno polarizovani foton ima ugaoni moment $\pm\hbar$ koji je, zavisno od smera polarizacije, paralelan ili antiparalelan njegovom smeru kretanja. Otuda sledi da pored ukupne promene ugaonog momenta, $\Delta l = \pm 1$, pri emisiji cirkularno polarizovanog fotona mora da se promeni i projekcija ugaonog momenta atoma, za iznos $\pm\hbar$, i to ona projekcija koja je paralelna pravcu kretanja fotona. Pošto projekciju ugaonog momenta na izabrani pravac izražavamo odgovarajućim (magnetnim, m) kvantnim brojem, zaključujemo da pri emisiji cirkularno polarizovanog fotona dolazi do promene magnetnog kvantnog broja za jedinicu, dakle, $\Delta m = \pm 1$. Sličnim dokazima nalazimo da je pri emitovanju linearno polarizovanog talasa $\Delta m = 0$. Ovo je očigledno ako posmatramo poseban slučaj kada je foton emitovan normalno na pravac z -ose. Projekcija ukupnog momenta koji foton sa sobom odnosi jednaka je nuli, pa je i promena z -projekcije ugaonog momenta jednaka nuli, dakle $\Delta m = 0$. Svi ostali slučajevi mogu da se opišu slaganjem stanja linearno i cirkularno polarizovanih fotona.

Dakle, za objašnjenje Zemanovog efekta treba da imamo u vidu sledeće činjenice:

a) Zračenje može da se emituje samo između stanja za koja se orbitni kvantni broj menja za jedinicu: $\Delta l = \pm 1$. Pri tome, magnetni kvantni broj može da se promeni za jedinicu ili da ostane neizmenjen: $\Delta m = 0, \pm 1$;

b) Pri promeni magnetnog kvantnog broja, $\Delta m = \pm 1$, emituje se cirkularno polarizovano zračenje. Ako se magnetni kvantni broj posle emisije ne menja, $\Delta m = 0$, zračenje je linearno polarizovano;

c) Zračenje proizvoljno usmerenog dipola može da se predstavi kao slaganje zračenja Hercovog dipola koji je postavljen u pravcu izabrane z -ose (na primer, u pravcu spoljašnjeg magnetnog polja) i dva stalna dipola koji kruže oko pravca izabrane ose u suprotnim smerovima;

d) Hercov dipol emituje samo linearno polarizovano zračenje čija je ravan polarizacije paralelna osi dipola, dakle z-osi ili spoljašnjem magnetnom polju;

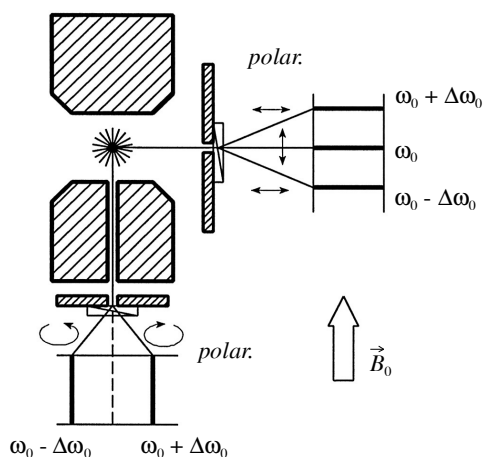
e) Hercov dipol ne može da emituje zračenja u pravcu ose dipola, dakle paralelno z-osi ili magnetnom polju koje je paralelno sa ovom osom;

f) Rotirajući dipol emituje cirkularno polarizovano zračenje u pravcu ose rotacije, dakle u pravcu z-ose ili u pravcu spoljašnjeg polja i linearno polarizovano zračenje normalno na taj pravac. Ravan polarizacije tog zračenja normalna je na pravac polja.

6.3.1 Normalni Zemanov efekt

Na Slici 6.3.1 prikazana je šema uređaja koji je koristio Zeman da bi posmatrao cepanje spektralnih linija u magnetnom polju. Zeman je opazio da se spektralne linije cepaju na dve ili više komponenti kada se izvor zračenja postavi u magnetno polje. U najjednostavnijem slučaju, cepanjem jedne linije nastaje triplet. Pri tome, središnja komponenta tripleta ima istu frekvenciju kao i originalna linija u odsustvu polja, dok se dve bočne linije za jednake iznose udaljavaju od prvobitne frekvencije. Veličina cepanja proporcionalna je primenjenom magnetnom polju. Zeman je, takođe, opazio to da su spektralne linije polarizovane. Posmatrane u pravcu normalnom na pravac polja spektralne linije su linearno polarizovane i to središnja paralelno polju, a spoljašnje linije normalno na pravac polja. U pravcu paralelnom primenjenom spoljašnjem polju izvor emituje samo dve spoljašnje komponente koje su cirkularno polarizovane u suprotnim smerovima.

Zato što se sve spektralne linije cepaju u magnetnom polju na dve ili više komponenta, očigledno je da je Zemanov efekt opšta pojava i kao takva posledica je osnovnih načela izgradnje atoma. To znači da eksperimentalno opažanje efekta i njegovo objašnjenje omogućavaju da se pronikne u najdublju suštinu građe materije. O značaju efekta najbolje govori činjenica da su godine 1902. Nobelove nagrade za fiziku dodeljene Zemanu za otkriće efekta i Lorencu za njegovo teorijsko objašnjenje.



Slika 6.3.1 Normalni Zemanov efekt sa spektralnim pomacima i polarizacijom spektralnih linija kada se posmatraju u pravcu polja i u pravcu normalnom na polje.

6.3.2 Klasična (Lorencova) teorija normalnog Zemanovog efekta

Lorencova teorija normalnog Zemanovog efekta oslanja se na klasičnu teoriju zračenja. Mi ćemo se služiti samo kvalitativnim dokazima da bismo pokazali vezu između pomaka frekvencije emitovanog zračenja, ugaone zavisnosti intenziteta zračenja i polarizacije zračenja.

Prema Lorencu, atom u magnetnom polju može da se predstavi Hercovim dipolom čije je usmerenje proizvoljno u odnosu na pravac polja, Slika 6.3.2. Zračenje ovog dipola može da se razloži na ono koje emituje uzdužna (longitudinalna) komponenta originalnog dipola $\vec{\mu}_{D,z}$ i poprečna (transverzalna) komponenta $\vec{\mu}_{D,T}$. Dalje, poprečnu komponentu možemo da predstavimo kao slaganje dva stalna dipola koji rotiraju istom frekvencijom u suprotnim smerovima.

U odsustvu polja originalni dipol osciluje frekvencijom ω_0 i emituje zračenje (spektralnu liniju) iste frekvencije ω_0 . Promene do kojih dolazi u emisiji dipola kada se ovaj unese u stalno magnetno polje najlakše se objašnjavaju ako se nezavisno posmatraju njegove tri komponente I, II i III, Slika 6.3.2:

(I) Ova komponenta predstavlja projekciju originalnog dipola na z-osu duž koje deluje magnetno polje indukcije \vec{B}_0 . Pošto naelektrisanje u dipolu osciluje duž pravca spoljašnjeg polja, dakle $\vec{v} \parallel \vec{B}_0$ (\vec{v} je brzina kretanja naelektrisanja u dipolu), Lorencova sila koja deluje na naelektrisanje u pokretu jednaka je nuli i dipol emituje zračenje kao i kada nema polja. Zbog toga što je u pitanju Hercov dipol, zračenje je linearno polarizovano duž pravca delovanja polja. Isto tako, intenzitet zračenja u pravcu delovanja polja jednak je nuli. Prema tome, ova komponenta originalnog oscilujućeg dipola daje središnju liniju u normalnom Zemanovom efektu, koja ne menja frekvenciju i koja je linearno polarizovana paralelno polju. Posmatrano duž pravca delovanja polja ova komponenta se ne vidi;

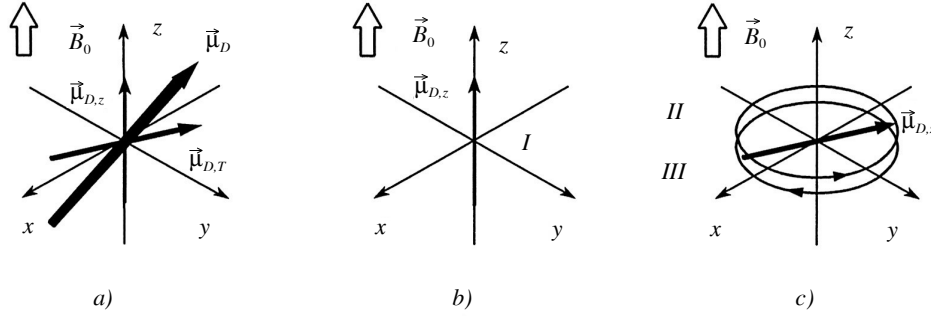
(II) Ova komponenta predstavlja stalni dipol koji rotira u pozitivnom smeru oko z-ose. Pošto je celokupna masa dipola skoncentrisana u pozitivnom naelektrisanju (atomsom jezgru), negativno naelektrisanje $-e$ vrši pozitivnu rotaciju oko z-ose. Dinamičku stabilnost ovom sistemu daje ravnoteža između centripetalne sile \vec{F}_0 , kojom pozitivno naelektrisanje privlači negativno, i centrifugalne sile \vec{F}_c , koja se javlja kao posledica kretanja mase m po krugu poluprečnika r perifernom brzinom v_o :

$$\vec{F}_o + \vec{F}_c = 0 \quad (6.3.1)$$

$$\vec{F}_c = \frac{mv_o^2}{r} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (6.3.2)$$

$$\vec{F}_o = -\frac{mv_o^2}{r} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (6.3.3a)$$

ili s obzirom na vezu između periferne i ugaone brzine, $v = \omega r$:



Slika 6.3.2 Lorencov model atoma u magnetnom polju: a) atom koji zrači predstavlja se proizvoljno usmerenim Hercovim dipolom. Zračenje tog dipola, dobija se kao vektorski zbir zračenja njegove uzdužne (u pravcu polja) i poprečne (normalno na pravac polja) komponente; b) uzdužna komponenta I dobija se projektovanjem dipola na z -osu koja je paralelna spoljašnjem polju \vec{B}_0 ; c) poprečna komponenta dobija se projektovanjem Hercovog dipola na xy -ravan. Zračenje ove komponente može da se smatra slaganjem zračenja koje emituju dva stalna dipola, II i III, koji rotiraju u suprotnim smerovima.

$$\vec{F}_0 = -m\omega_0^2 r \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \quad (6.3.3b)$$

Ako na ovaj sistem deluje spoljašnje magnetno polje indukcije \vec{B}_0 , koje je normalno na ravan rotacije dipola, na naelektrisanje (elektron) će delovati dopunska elektromagnetna (Lorencova) sila:

$$\vec{F}_L = -e\vec{v}_0 \times \vec{B}_0. \quad (6.3.4a)$$

ili s obzirom na to da je $\vec{v}_0 \perp \vec{B}_0$.

$$\vec{F}_L = -e v_0 B_0 \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \quad (6.3.4b)$$

U magnetnom polju dodatna sila \vec{F}_L narušava prvobitnu dinamičku ravnotežu centrifugalne i centripetalne sile. Novi uslov za ravnotežu sila, kada deluje i dodatna sila:

$$\vec{F}_o + \vec{F}_L + \vec{F}_c = 0 \quad (6.3.5a)$$

iziskuje promenu bilo centrifugalne, bilo centripetalne sile. Pošto je dipol krut, rastojanje između naelektrisanja se ne menja, pa ni (elektrostatička) centripetalna sila. Znači, menja se samo centrifugalna sila. Zbog stalnosti mase naelektrisanja i rastojanja ($m = \text{const.}$, $r = \text{const.}$, $e = \text{const.}$) jedina veličina koja može da se promeni jeste ugaona brzina elektrona (i njoj pridružena periferna brzina). Umesto prvobitne, ω_0 , sada elektron kruži novom ugaonom brzinom, ω (i novom perifernom brzinom v).

Zamenom izraza za centripetalnu silu (6.3.3a), Lorencovu silu (6.3.4b) i centrifugalnu silu (6.3.2) u uslovu za ravnotežu sila (6.3.5a) nalazimo da je:

$$-m\omega_0^2 r \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} - e\omega r B_0 \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} + m\omega^2 r \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = 0 \quad (6.3.5b)$$

i posle sređivanja:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = \frac{e\omega B}{m}. \quad (6.3.6)$$

I pri najjačim poljima koja mogu da se ostvare u laboratoriji promena ugaone brzine je relativno mala, $\omega \approx \omega_0$, pa uz smenu $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ nalazimo približan izraz:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) \approx 2\omega\Delta\omega.$$

Njegovom zamenom u (6.3.6) nalazimo izraz za promenu kružne frekvencije rotirajućeg dipola, $\Delta\omega$, u magnetnom polju indukcije \vec{B}_0 :

$$\Delta\omega = \frac{eB_0}{2m}. \quad (6.3.7)$$

Zbog promene rotacione frekvencije dipola, za isti iznos menja se i frekvencija zračenja koje ovaj dipol emituje tako da je frekvencija zračenja kada je izvor u magnetnom polju:

$$\omega = \omega_0 + \frac{eB_0}{2m}. \quad (6.3.8a)$$

Uz porast frekvencije emitovanog zračenja, u magnetnom polju dolazi i do njegove polarizacije. Zračenje emitovano u pravcu polja je cirkularno polarizovano kako je opisano za slučaj rotirajućeg dipola u odeljku D-6.3.1. Zračenje emitovano u pravcu normalnom na polje, lineararno je polarizovano, pri čemu je ravan polarizacije normalna na pravac delovanja polja. Ovim je u potpunosti objašnjeno ponašanje druge komponente Zemanovog tripleta;

(III) Ovaj rotirajući dipol ima iste osobine kao i dipol II, s jedinom razlikom da su znak efekta i smer cirkularne polarizacije suprotni. Dakle, dipol koji rotira u **negativnom** smeru u odnosu na vektor spoljašnjeg magnetnog polja, u magnetnom polju emituje spektralnu liniju na frekvenciji:

$$\omega = \omega_0 - \frac{eB_0}{2m} \quad (6.3.8b)$$

koja je cirkularno polarizovana u suprotnom smeru od polarizacije komponente II.

Kao što vidimo, Lorenc je klasičnim razmatranjem uspeo da objasni kvantitativno sve eksperimentalne pojave normalnog Zemanovog efekta, počevši od frekvencije spektralnih linija pa do njihove polarizacije i intenziteta. Ovaj uspeh pred-

stavljao je sjajnu potvrdu Lorencove klasične elektronske teorije. Međutim, nemogućnost da objasni anomalni Zemanov efekt ukazivala je na njena ozbiljna ograničenja, što je postalo očigledno tek uobličavanjem kvantne teorije atoma. Kvantna teorija mogla je da objasni ne samo normalni i anomalni Zemanov efekt, već i niz drugih eksperimenata koji su protivrečili klasičnim predstavama.

Jasno, kvantno-mehaničko objašnjenje Zemanovog efekta prevazilazi okvire ovoga kursa. U sledećem odeljku, međutim, potpuno ćemo opisati Zemanov efekt preko vektorskog modela u koji je ugrađen dobar deo postulata i principa kvantne teorije.

6.3.3 Opis Zemanovog efekta preko vektorskog modela atoma

Normalni Zemanov efekt opaža se kod prelaza između singuletnih stanja, dakle, između onih stanja za koja je $\sum s_i = 0$ (neutralni atomi He, Zn, Cd, Hg,...). Pošto se spinski momenti sparivanjem uzajamno poništavaju, ukupni moment atoma kao celine potiče samo od orbitnog kretanja elektrona. Zato se ponašanje ovakvih atoma u magnetnom polju opisuje preko osobina orbitnog ugaonog momenta koje su izložene u odeljku 6.1. Saglasno pravilima izbora, $\Delta l = \pm 1$, normalni Zemanov efekt može da se opazi pri elektronskim prelazima $^1S_0 - ^1P_1$, $^1P_1 - ^1D_2$, $^1D_2 - ^1F_3$, itd. Na Slici 6.3.3 prikazan je dijagram energijskih stanja prelaza $^1D_2 - ^1P_1$ neutralnog atoma kadmijuma. Bez spoljašnjeg polja opaža se samo jedna spektralna linija (na karakterističnoj frekvenciji ω_0) jer su nivoi degenerisani. Magnetno polje uklanja degeneraciju i cepa prvobitne nivoe na $(2J+1)$ stanja (J je unutrašnji kvantni broj – veliko slovo označava višeelektronski sistem). Pošto je kod singuletnih stanja $S=0$, to je i $J=L$, pa je šema cepanja energijskih nivoa ista kao ona kod orbitnog ugaonog momenta, kao što prikazuje Slika 6.1.2. Za stanje 1D_2 je $L = 2$, pa se originalni nivo cepa na pet novih nivoa ($2L + 1 = 5$), a za 1P_2 je $L = 1$ i nivo se cepa na tri nova. Saglasno izrazu:

$$(6.1.2c) \quad U_m = m_l \mu_B B_0$$

magnetna energija određenog stanja proporcionalna je njegovom magnetnom kvantnom broju m_l (za višeelektronski sistem m_L) i magnetnoj indukciji primenjenog polja, B_0 , i **ne zavisi** od vrednosti ukupnog ugaonog momenta odnosno od orbitnog kvantnog broja L . To znači da je energijska razlika između nivoa 1D_2 ista kao i energijska razlika između 1P_2 nivoa:

$$\Delta U_m = \Delta m_L \mu_B B_0. \quad (6.3.9)$$

Prvobitna energijska razlika, ΔU_0 , između degenerisanih D i P nivoa menja se u magnetnom polju za iznos, ΔU_m , izražen jednačinom (6.3.9). Tada je nova energijska razlika u magnetnom polju, ΔU , jednaka zbiru:

$$\Delta U = \Delta U_0 + \Delta U_m \quad (6.3.10a)$$

odnosno s obzirom na (6.3.9):

$$\Delta U = \Delta U_0 + \Delta m_L \mu_B B_0. \quad (6.3.10b)$$

Dakle, u magnetnom polju energijska razlika između P i D stanja među kojima dolazi do prelaza (s obzirom na to da je $\Delta L = \pm 1$) postaje zavisna i od promene magnetnog kvantnog broja Δm_L . Saglasno pravilima izbora, do energijskog prelaza (emisije ili apsorpcije zračenja) može da dođe samo između onih nivoa za koje je, pored $\Delta L = \pm 1$ i $\Delta m_L = 0, \pm 1$, Slika 6.3.3. Tako će od mnoštva energijskih razlika određenih izrazom (6.3.10b), spektroskopski biti aktivne samo tri:

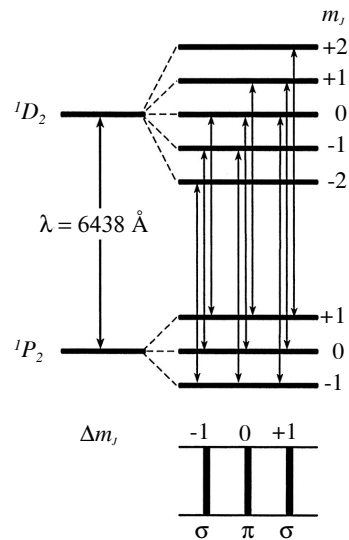
$$\begin{aligned}\Delta m_L = +1: \quad \Delta U_{\sigma^+} &= \Delta U_0 + \mu_B B_0 \\ \Delta m_L = 0: \quad \Delta U_{\pi} &= \Delta U_0 \\ \Delta m_L = -1: \quad \Delta U_{\sigma^-} &= \Delta U_0 - \mu_B B_0.\end{aligned}\tag{6.3.10c}$$

Odgovarajuće frekvencije prelaza nalazimo (s obzirom na odnos $\Delta U = \hbar\omega$) dečenjem dobijenih izraza Plankovom konstantom \hbar . Imajući u vidu i odnos:

$$(5.1.9a,b) \quad \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{e}{2m}$$

za frekvencije prelaza nalazimo:

$$\begin{aligned}\omega_{\sigma^+} &= \omega_0 + \frac{e}{2m} B_0 \\ \omega_{\pi} &= \omega_0 \\ \omega_{\sigma^-} &= \omega_0 - \frac{e}{2m} B_0.\end{aligned}\tag{6.4.11}$$



Slika 6.3.3 Normalni Zemanov efekt kod $^1P_1 - ^1D_2$ prelaza neutralnog atoma kadmijuma, $\lambda = 6438 \text{ \AA}$. U magnetnom poču originalna linija cepa se na tri komponente. Prelazi pri $\Delta m = 0$ daju središnju linearno polarizovanu π liniju čiji položaj ne zavisi od magnetnog polja. Cirkularno polarizovane σ linije koje se pomeraju proporcionalno indukciji magnetnog polja potiču od prelaza pri $\Delta m = \pm 1$.

Treba uočiti to da je frekventni pomak cirkularno polarizovanih σ linija jednak Larmorovoj frekvenciji kojom magnetni moment atoma precesuje u magnetnom polju, jednačina (6.1.1c), što nije iznenađujuće s obzirom na njihovo istovetno poreklo. Naime, i Zemanov efekt i Larmorova precesija potiču od dejstva spoljašnjeg magnetnog polja na magnetni moment atoma. Ovde dobijene frekvencije prelaza iste su kao i one u prethodnom odeljku koje smo našli koristeći klasičnu sliku (6.3.8a,b). Tajna uspeha klasične teorije da valjano opiše u suštini kvantni efekt krije se u tome što Larmorova frekvencija ne zavisi od Plankove konstante h . Saglasno principu korespondencije, svaka veličina ili međudejstvo u kojima se ne pojavljuje Plankova konstanta može da se na odgovarajući način opiše i klasičnom i kvantnom teorijom.

6.3.4 Anomalni Zemanov efekt

Anomalni Zemanov efekt javlja se u sistemima kod kojih ugaoni (i magnetni) moment stanja između kojih se dešava optički prelaz ne mogu da se opišu samo jednim od kvantnih brojeva L ili S nego zavise od oba ova broja. Ovo je, u stvari, opšti slučaj stanja atoma gde atomski magnetizam nastaje slaganjem orbitnog i spinskog doprinosa. Kako smo već pokazali u odeljku 5.4.4 relativni doprinos spinskog i orbitnog magnetnog momenta ukupnom magnetizmu atoma izražava se atomskim g_j -faktorom. Pošto se spektralni termovi $^{2S+1}L_j$ međusobno razlikuju po relativnom doprinosu spinskog i orbitnog ugaonog momenta ukupnom momentu, to svaki term ima karakterističnu vrednost g_j -faktora. Ovo je posledica razlike u veličini orbitnog i spinskog žiromagnetnog odnosa elektrona. Svakoј kombinaciji spinskog, orbitnog i ukupnog ugaonog momenta, tj. svakom termu $^{2S+1}L_j$, odgovara jedinstvena kombinacija magnetnih momenata, dakle, jedinstveni g_j faktor. Saglasno izrazu (6.1.7) kojim se izražava zavisnost magnetne energije ukupnog ugaonog momenta u magnetnom polju, energija svakog stanja, osim magnetnog kvantnog broja m_j i magnetne indukcije B_0 , zavisi i od Landeovog g_j -faktora:

$$U_{m,j} = g_j m_j \mu_B B_0. \quad (6.3.12)$$

Zbog različitih g_j faktora cepanje energijskih nivoa osnovnog i pobuđenog stanja je različito, što dovodi do pojave većeg broja linija u magnetnom polju nego kod normalnog Zemanovog efekta. U polju indukcije B_0 ukupna energija osnovnog stanja atoma jednaka je zbiru energije van polja, U_0 , i magnetne energije, $U_{m,j}$:

$$U = U_0 + U_{m,j}$$

$$U = U_0 + g_j m_j \mu_B B_0. \quad (6.3.13a)$$

Na isti način i energija pobuđenog stanja, U^* , zavisi od zbira energije van polja, U_0^* , i energije međudelovanja atomskog magnetnog momenta i spoljašnjeg polja, $U_{m,j}^*$:

$$U^* = U_0^* + U_{m,j}^*$$

$$U^* = U_0^* + g_j^* m_j^* \mu_B B_0. \quad (6.3.13b)$$

Energija prelaza ΔU_0 jednaka je razlici energija pobuđenog i osnovnog stanja. Bez polja:

$$\Delta U_0 = U_0^* - U_0 \quad (6.3.14)$$

a u polju:

$$\Delta U_{m,j} = \Delta U_0 + (g_j^* m_j^* - g_j m_j) \mu_B B_0. \quad (6.3.15)$$

Osnovno stanje se cepa na $(2j+1)$ nivoa, a pobuđeno na $(2j^*+1)$, te ukupno imamo $(2j+1)(2j^*+1)$ mogućih prelaza između osnovnog i pobuđenog stanja. Prema pravilima izbora, međutim, spektralni prelazi se opažaju samo između stanja za koja je $\Delta m_j = 0, \pm 1$, odnosno kada je $m_j^* = m_j$, $m_j^* = m_j - 1$ i $m_j^* = m_j + 1$. Zamenom ovih uslova u izraz (6.3.15), nalazimo energije zračenja emitovanog iz atoma koji se nalazi u magnetnom polju:

$$\pi: \Delta m = 0, \quad \Delta U_{m,j} = \Delta U_0 + (g_j^* - g_j) m_j \mu_B B_0 \quad (6.3.16a)$$

$$\sigma^+: \Delta m = +1, \quad \Delta U_{m,j} = \Delta U_0 + (g_j^* - g_j) m_j \mu_B B_0 + g_j^* \mu_B B_0 \quad (6.3.16b)$$

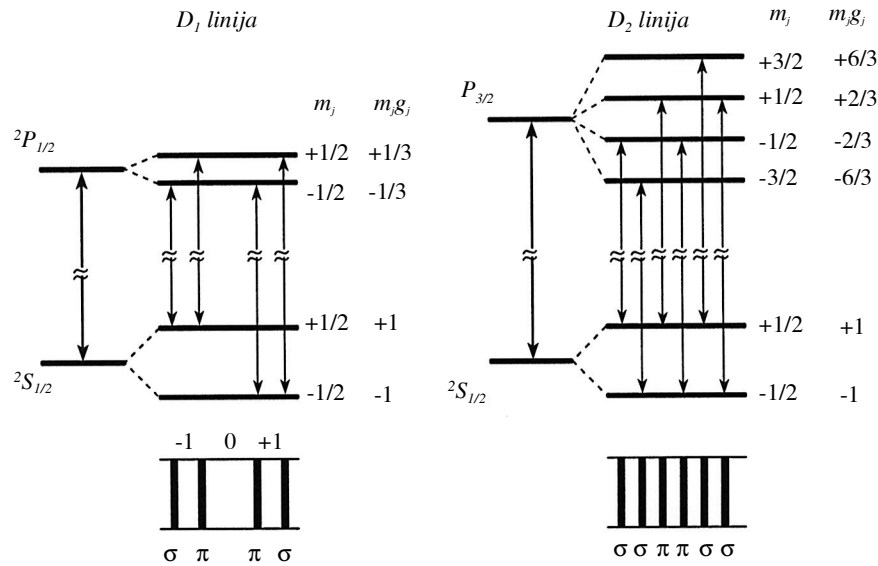
$$\sigma^-: \Delta m = -1, \quad \Delta U_{m,j} = \Delta U_0 + (g_j^* - g_j) m_j \mu_B B_0 - g_j^* \mu_B B_0. \quad (6.3.16c)$$

Zbog složene zavisnosti Landeovih g -faktora od kvantnih brojeva j , l i s (J , L i S u višelektronskim atomima) jednačine u prikazanom obliku nisu naročito pogodne za opštu analizu Zemanovog efekta. Međutim, zamenom vrednosti za odgovarajuće g -faktore, svaki poseban slučaj spektralnog prelaza može da se njima uspešno analizira, kao što će dalje biti pokazano. Važno je uočiti to da se pri $g_j^* = g_j$ jednačine (6.3.16) svode na izraze (6.3.10c), kojima se opisuje cepanje linija kod normalnog Zemanovog efekta. Ovaj uslov, $g_j^* = g_j$, ispunjen je kada je $S = 0$ [$g = 1$, jednačina (5.4.29d)]. Dakle, normalni Zemanov efekt predstavlja samo poseban slučaj anomalnog Zemanovog efekta. (Imajući ovo u vidu bilo bi logičnije da se nazivi dva efekta međusobno zamene. Međutim, stari nazivi sačuvani su iz istorijskih razloga.)

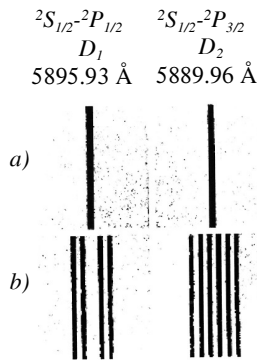
Iz jednačina (6.3.16) lako se dobija broj komponenta na koje se cepa originalna spektralna linija. Ako je $j^* > j$, na primer, kod prelaza ${}^2P_{3/2} - {}^2S_{1/2}$, tada se pri svakoj vrednosti magnetnog kvantnog broja m_j javljaju tri prelaza: σ^+ , π i σ^- . Pošto je broj različitih m_j stanja $(2j+1)$, ukupan broj prelaza iznosi $3(2j+1)$. Kada je $j^* = j$, na primer, kod prelaza ${}^2P_{1/2} - {}^2S_{1/2}$, pošto $(m_j)_{\max} = (m_j^*)_{\max}$ pri najvećoj vrednosti magnetnog kvantnog broja ne postoji prelaz σ^+ za koji je $\Delta m = +1$. Isto tako, pri najmanjoj vrednosti magnetnog kvantnog broja ne postoji prelaz σ^- jer je $(m_j)_{\min} = (m_j^*)_{\min}$ ($\Delta m = 0, +1$). Tada je ukupan broj komponenta na koje se cepa linija $3(2j+1) - 2$. Istim dokazima (prebrojavanjem prelaza sa $\Delta m = 0$ i prelaza sa $\Delta m = \pm 1$) možemo lako da nademo da se pri $j^* > j$, linija cepa na $(2j+1)$ π -komponenta i $2(2j+1)$ σ -komponenta. Kada je $j^* = j$, javlja se isti broj π -komponenta kao u prethodnom slučaju, $2j+1$, a broj σ linija je $2(2j+1) - 2$. Dakle, prebrojavanjem različito polarizovanih linija može da se dobije kvalitativna predstava o vrsti spektralnog prelaza $j^* = j$ ili $j^* \neq j$. Celokupna slika dobija se kvantitativnom analizom nastalog multiplleta. Na primer, energijsku razliku između najbližih σ^+ σ^- linija nalazimo iz razlike izraza (6.3.16a) i (6.3.16b):

$$(U_{\sigma+} - U_{\sigma-})m_{j=const.} = 2g_j^* \mu_B B_0. \quad (6.3.17)$$

Ako je indukcija poznata, tada iz poslednjeg izraza može da se dobije vrednost g_j^* . Sličnim kombinacijama dobija se i Landeov g -faktor osnovnog stanja g_j . Iz tako prikupljenih podataka mogu da se potpuno opišu spektralni termovi osnovnog i pobuđenog stanja, dakle, posmatrani prelaz može u potpunosti da se opiše.



Slika 6.3.4 Anomalni Zemanov efekt: cepanje linija natrijumovog dubleta, D_1 i D_2 u magnetnom polju. Komponenta D_1 cepa se na četiri, a D_2 na šest novih linija.



Slika 6.3.5 Spektralne linije natrijumovog dubleta: a) bez polja; b) u magnetnom polju.

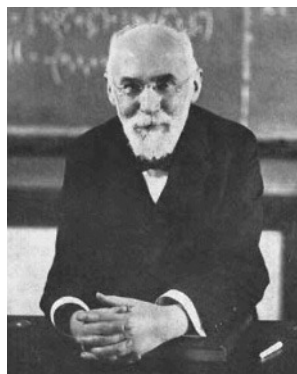
Kao primer anomalnog Zemanovog efekta razmatraćemo cepanje D dubleta natrijuma u magnetnom polju, Slika 6.3.4: D_1 linija cepa se na četiri, a D_2 linija na šest novih linija. Odatle nalazimo da je za D_1 liniju $j^* = j = 1/2$ [$3(2j+1) - 2 = 4$], a za D_2 liniju $j = 1/2$ i $j^* > j$ [$3 \cdot (2j+1) = 6$]. Vrednost $j = 1/2$ imamo samo ako je $l = 0$, jednačina (5.4.20c), odakle nalazimo da je $s = 1/2$. Prema tome, spektralni term osnovnog stanja je $^2S_{1/2}$. Prema pravilima izbora $\Delta l = \pm 1$. Iz stanja $l = 0$ jedino je moguć prelaz u stanje $l = 1$. Otuda je za D_1 liniju spektralni term pobuđenog stanja $^2P_{1/2}$: P jer je $l = 1$, $P_{1/2}$ jer je $j^* = j = 1/2$ i 2P jer je $s = |j - l| = 1/2$, $2s + 1 = 2$. Na sličan način za D_2 liniju nalazimo da je term osnovnog stanja $^2S_{1/2}$, a pobuđenog $^2P_{3/2}$: P jer je $l^* = 1$, $P_{3/2}$ jer je $j^* > j$ i $^2P_{3/2}$ jer je $s = 1/2$.

Dakle, cepanje termova na jedinstven način zavisi od kvantnih brojeva l , s i j (kod višeelektronskih atoma L , S i J). Iz Zemanovog efekta eksperimentalno mogu da se odrede kvantni brojevi stanja između kojih dolazi do prelaza.

Oto Štern (Otto Stern, 1888–1969), rođen je u Zorau (Nemačka); diplomirao je na Breslauskom univerzitetu. Predavao je na univerzitetima u Pragu i Cirihi (istovremeno kada i Ajnštajn) i, kasnije, u Rostoku (1921) i Hamburgu (1923). U Hamburgu je u isto vreme bio i direktor Fizičko-hemijskog instituta. Godine 1915. počeo je da radi na razvoju metode molekulskih snopova za određivanje atomskih i nuklearnih osobina. Posebno su bili uspešni njegovi eksperimenti kojima je utvrdio kvantnu prirodu magnetnog momenta atoma (Štern-Gerlahov eksperiment), talasnu prirodu materije (difrakcija molekulskih snopova vodonika i helijuma na kristalima, 1929) i magnetni moment protona. Godine 1933. emigrirao je u SAD gde je nastavio sa radom u Karnegijevom tehnološkom institutu u Pittsburgu. Nobelovu nagradu za fiziku dobio je 1943. godine, za doprinos razvoju metode molekulskih snopova i otkriće magnetnog momenta protona.



Valter Gerlah (Walther Gerlach, 1889–1979), rođen je u Biebrihu (Nemačka). Bio je profesor u Frankfurtu, Tübingenu i od 1929. u Minheni. Tačno je odredio vrednost Štefan-Bolcmanove konstante 1916. godine. Zajedno sa Šternom 1929. godine pokazao je da su magnetni momenti atoma kvantirani.



Hendrik Anton Lorenc (Hendrik Antoon Lorentz, 1853–1928), rođen je u Arnhemu (Holandija), a doktorirao je na Lajdenskom univerzitetu 1875. godine. Bio je direktor Tejlorove laboratorije u Harlemu i docent u Lajdenu. Godine 1903. izveo je jednačinu (čuvane Lorencove transformacije) na osnovu kojih je Ajnštajn formulisao specijalnu teoriju relativnosti. Lorenc se bavio istraživanjima u mnogim oblastima teorijske fizike: elektrodinamikom, teorijom gravitacije, termodinamikom, teorijom zračenja i kinetičkom teorijom gasova. Za objašnjenje Zemanovog efekta godine 1902. podelio je Nobelovu nagradu sa Zemanom.

Piter Zeman (Pieter Zeeman, 1865–1943), rođen je u Zonemairu (Holandija), a završio je Lajdenski univerzitet gde je neko vreme bio i profesor. Godine 1900. postaje profesor Amsterdamskog univerziteta, a 1908. i direktor Fizičkog instituta u Amsterdamu. Pojavu cepanja spektralnih linija u magnetnom polju otkrio je godine 1896. Ta pojava je po njemu i dobila ime – *Zemanov efekt*. Nobelovu nagradu za fiziku podelio je 1902. godine sa Lorencom za istraživanje uticaja magnetizma na radijacione pojave.



