

10. ATOMSKO JEZGRO

Bilo je mnogo hipoteza o građi atoma koje su bile više plod mašte nego sistematskih i činjenicama potkrepljenih istraživanja. Prvi, na eksperimentima zasnovan, model bio je Tomsonov „plum puding” model atoma, 1903. godine. Po ovom modelu elektroni su raspoređeni po masi atoma u izvesnim položajima. Frekvencija oscilovanja elektrona oko tih ravnotežnih položaja odgovara frekvenciji zračenja koje atom emituje. Ovaj model nije mogao da opiše kvantitativno nijedan eksperiment, ali nije bio ni u protivrečnosti sa do tada poznatim eksperimentima. Novim eksperimentima koje je započeo Raderford, a koji nisu mogli da se protumače Tomsonovim modelom, postavljeni su temelji savremenog shvatanja nuklearne strukture atoma:

Godine 1906. E. Raderford je ispitivao rasejavanje alfa-čestica na metalnim listićima, s ciljem da ispita prodornost alfa-zraka;

Godine 1910. H. Gajger i E. Marsden, Raderfordovi saradnici, opazili su slučajeve rasejavanja alfa-čestica u kojima je ugao rasejavanja bio skoro 180° ;

Godine 1911. E. Raderford postavlja planetarni model atoma: unutar atoma nalazi se pozitivno naelektrisano jezgro, malih dimenzija, u kojem je usredsređena praktično celokupna masa atoma, a oko jezgra kruže elektroni;

Godine 1911–1912. H. Gajger i E. Marsden eksperimentalno su potvrdili ispravnost Raderfordove postavke;

Godine 1912. P. Bleket, pomoću tek otkrivene Vilsonove komore, dobio je fotografije tragova alfa-čestica koji su imali oštre prelome. Prelomi potiču od jednostrukih sudara (rasejavanja) alfa-čestica s atomima gasa u komori;

Godine 1913. A. Van-den Bruk primetio je da podaci o rasejavanju alfa-čestica mogu najlakše da se objasne ako se pretpostavi da je naelektrisanje jezgra umnožak elementarnog naelektrisanja elektrona i rednog broja elementa Z ;

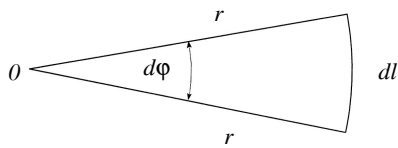
Godine 1914. H. Mozli, mereći frekvencije karakterističnog x -zračenja, potvrdio je Van-Brukovu hipotezu.

10.1 RADERFORDOV OGLED

DODATAK 10.1

D-10.1.1 Merenje uglova

Ugao je odnos dužine kružnog luka i poluprečnika kruga, a izražava se u radijanima:



Slika D-10.1.1 Definicija ugla.

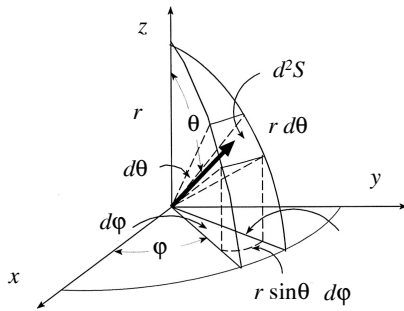
$$d\varphi = \frac{dl}{r} \quad (\text{radijana}) \quad (\text{D-10.1.1a})$$

$$\varphi_{max} = \frac{l_{max}}{r}$$

$$\varphi_{max} = \oint_{krug} \frac{dl}{r} = \frac{2r\pi}{r} = 2\pi. \quad (\text{D-10.1.1b})$$

Dakle, puni ugao ima 2π radijana.

Prostorni ugao je odnos površine dela sfere i kvadrata poluprečnika sfere, a izražava se u steradijanima:



Slika D-10.1.2 Definicija prostornog ugla.

$$d^2\Omega = \frac{d^2S}{r^2} \quad (\text{steradijana}) \quad (\text{D-10.1.2a})$$

Sa slike vidimo da je:

$$d^2S = r d\theta r \sin\theta d\varphi = r^2 d\theta \sin\theta d\varphi$$

pa je:

$$d^2\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi. \quad (\text{D-10.1.2b})$$

Pun prostorni ugao je:

$$\Omega_{max} = \oint_{ster} \oint d^2\Omega$$

$$\Omega_{max} = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (\text{D-10.1.2c})$$

$$\Omega_{max} = 4\pi \quad (\text{steradijana}).$$

D-10.1.2 Moment impulsa u polju centralne sile

Pri kretanju tela u polju centralne sile, energija i moment količine kretanja su stalni. U zavisnosti od smera delovanja sile, kao i uzajamnog odnosa potencijalne i kinetičke energije tela, putanja može da ima oblik elipse ili hiperbole. Moment impulsa izračunava se u odnosu na centar sile koji je smešten u žiži putanje:

(D-4.6.2)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

a pošto je:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$(D-4.6.4) \quad \vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v}.$$

Kod hiperbolične putanje, koja se sreće pri razmatranju Raderfordovog ogleda, ugao φ između radius vektora \vec{r} i brzine \vec{v} , može da bude proizvoljan u intervalu od 0 do π . Vektor brzine \vec{v} tada možemo da razložimo na dve komponente, normalnu (ili tangencijalnu, \vec{v}_t) i paralelnu (ili radijalnu \vec{v}_r) sa \vec{r} :

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_t.$$

Od njih samo normalna komponenta \vec{v}_t daje doprinos momentu pošto je vektorski proizvod paralelnih vektora jednak nuli [$(\vec{r} \times \vec{v}_r = 0$ (D-2.2.3c)]:

$$\begin{aligned} \vec{L} &= m \vec{r} \times (\vec{v}_r + \vec{v}_t) \\ &= m \vec{r} \times \vec{v}_t. \end{aligned}$$

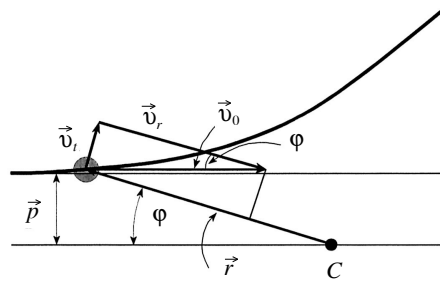
Otuda je:

$$L = m v_t r.$$

U eksperimentima rasejavanja, kao što je prikazano na Slici 10.1.3, početni uslovi određuju se na osnovu osobina čestice (projektila) pre nego što dođe do sudara sa metom (tj. pre nego što počne značajno da deluje centralna sila) Tada čestica ima početnu brzinu v_0 , masu m i položaj koji određujemo preko parametra sudara p . Ovaj parametar predstavlja najmanje moguće rastojanje na koje bi meta i projektil mogli da se dovedu, kada između njih ne deluje nikakva sila. Pošto je moment količine kretanja stalan, njegovu veličinu možemo da nademo ako ga izračunamo za česticu koja se nalazi daleko od centra rasejanja. Tada je:

$$L = m v_0 r.$$

Slika D-10.1.3 Moment impulsa tela koje se kreće u polju centralne sile je stalan: $\vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v}_t$. Pošto se na putanji čestice menja \vec{r} , to će i tangencijalna brzina, \vec{v}_t biti promenljiva, a samim tim i kinetička energija. Međutim, ukupna energija ostaje stalna.



Sa Slike D-10.1.3 vidi se da je:

$$v_t = v_0 \sin \varphi$$

odakle dobijamo:

$$L = m v_0 r \sin \varphi.$$

Pošto je:

$$p = r \sin \phi$$

neposrednim zamenjivanjem dobijamo da je:

$$L = m v_0 p. \quad (\text{D-10.1.3})$$

D-10.1.3 Energija u polju centralne sile

Centralnom silom nazivamo silu kod koje pravac delovanja sve vreme prolazi kroz jednu tačku, a intenzitet zavisi samo od rastojanja od te tačke. Najpoznatije centralne sile su gravitaciona i Kulonova sila. Pošto veličina sile zavisi samo od rastojanja merenog od centra sile, centralna sila vrši rad jedino kada se to rastojanje menja:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_c d\vec{r}. \quad (\text{D-10.1.4})$$

Tada možemo da definišemo potencijalnu energiju kao rad koji izvrši centralna sila da bi se postiglo željeno uređenje. Pri tome, potencijalna energija jednaka je nuli kada je centralna sila jednaka nuli, tj. kada $r \rightarrow \infty$:

$$U(d) = \int_{\infty}^d \vec{F}_c d\vec{r} = - \int_d^{\infty} \vec{F}_c d\vec{r}. \quad (\text{D-10.1.5})$$

Diferenciranjem dobijenog izraza možemo da izrazimo centralnu silu preko njenog potencijala:

$$F_c = - \frac{\partial U}{\partial r}. \quad (\text{D-10.1.6})$$

Sada ćemo da pokažemo to da se u polju centralne sile ukupna energija sistema ne menja. Izražavanjem sile preko II Njutnovog zakona, jednačina (D-2.2.1c):

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= - \frac{\partial U}{\partial x} \\ m\ddot{y} &= - \frac{\partial U}{\partial y} \\ m\ddot{z} &= - \frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{D-10.1.7})$$

množenjem jednačina redom sa \dot{x} , \dot{y} i \dot{z} i sabiranjem dobijamo:

$$m(\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}) = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y} \dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z} \dot{z} \right). \quad (\text{D-10.1.8})$$

Ako levu i desnu stranu dobijene jednačine izrazimo kao izvode po vremenu, imamo:

$$m\left(\dot{x}\frac{dx}{dt} + \dot{y}\frac{dy}{dt} + \dot{z}\frac{dz}{dt}\right) = -\frac{dU}{dt}$$

i posle sređivanja:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)\right] = -\frac{dU}{dt} \quad (\text{D-10.1.9})$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right] = -\frac{dU}{dt}.$$

Prebacivanjem izvoda po vremenu sa desne strane na levu, uz $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, dobijamo:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2 + U\right) = 0 \quad (\text{D-10.1.10a})$$

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

odakle neposredno sledi:

$$T + U = \text{const.} \quad (\text{D-10.1.10b})$$

$$E = \text{const.}$$

dakle, pri kretanju u polju centralne sile ukupna energija je stalna.

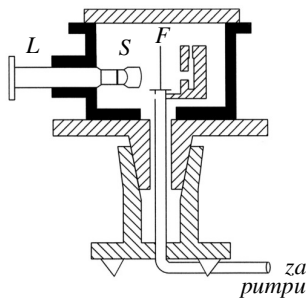
Bilo je poznato da alfa-čestice mogu da se otkriju, kao i elektron, na osnovu svetlosnog bljeska koji izazivaju na fluorescentnom ekranu. Kada kolimisani snop brzih alfa-čestica pada na fluorescentni zaklon, na njemu se pojavljuje svetla tačka oštarih ivica. Ako se na put alfa-česticama stavi tanak metalni list, najveći broj čestica prolazi kroz njega, ali svetleća tačka na ekranu postaje razmazana. To se objašnjavalo sudarima alfa-čestica s atomima metalne folije. Međutim, Gajger je uočio to da pored slabog rasejavanja oko prvobitne putanje alfa-čestice, postoji i mali broj čestica koje su rasejane pod mnogo većim uglovima nego što je moglo da se objasni na osnovu tadašnjeg shvatanja strukture atoma. Ovu protivrečnost rešio je Raderford, pokazavši da za dobijanje tako velikih uglova rasejanja celokupna masa i pozitivno naelektrisanje atoma moraju da budu skoncentrisani u relativno malom delu zapremine atoma.

10.1.1 Rasejavanje alfa-čestica na tankoj foliji

Ključne ogledе rasejavanja alfa-čestica na tankim metalnim folijama izveli su Gajger i Marsden pod Raderfordovim rukovodstvom. Oni su tanke folije metala bombardovali snopom alfa-čestica iz radioaktivnog izvora RaC (^{214}Bi). Njihova aparatura prikazana je na Slici 10.1.1.

Radioaktivni izvor R emituje alfa-čestice, koje posle prolaska kroz kolimator, padaju na tanku metalnu foliju F. Rasejane alfa-čestice otkrivaju se na fluorescentnom zaklonu S koji se posmatra kroz sistem sočiva L. Sistem sočiva može da se okreće oko ose folije, pa to pruža mogućnost da se otkriju čestice rasejane pod različitim uglovima θ . Cela komora može da se evakuise da bi se izbegli sudari alfa-čestica sa molekulima vazduha.

Na Raderfordovo iznenađenje, neke od čestica bile su rasejane pod uglovima od skoro 180° , vraćajući se, praktično, nazad ka izvoru. Po Raderfordovim rečima: „Bio je to najneverovatniji događaj u mom životu. To je isto tako neverovatno kao kada biste na list papira ispalili topovsko zrno prečnika 15 inča (≈ 38 cm), a ono se od njega odbije i pogodi vas”.



Slika 10.1.1 Aparatura Gajgera i Marsedena za ispitivanje rasejavanja alfa-čestica.

Analizirajući problem, Raderford je izveo čuvenu jednačinu iz koje može da se izračuna broj čestica rasejanih pod bilo kojim uglom i da se uporedi s eksperimentalnim rezultatima. Mada je Raderford jednačinu izveo primenom klasične mehanike i klasične elektrodinamike, ona je ista kao i jednačina koja je mnogo godina kasnije izvedena kvantno-mehaničkim metodama. Važno je da se primeti da je to jedan od retkih slučajeva u kojem klasične metode primenjene na ispitivanje atomskih pojava daju valjane rezultate. Ako se čestica malih dimenzija, koja ima pozitivno naelektrisanje, primiće drugoj čestici malih dimenzija sa istim naelektrisanjem, onda je odbojna sila između njih obrnuto proporcionalna kvadratu njihovog međusobnog rastojanja (Kulonov zakon).

Naravno, ne može se tvrditi da će Kulonov zakon da važi i na najmanjim mogućim rastojanjima. Međutim, ako važi i ako je pozitivno naelektrisanje atoma skoncentrisano samo u njegovom središtu, u jezgru, koje je veoma malo u poređenju sa samim atomom, rastojanje između naelektrisanih čestica moglo bi da bude veoma malo, pa prema tome i odbojna sila dovoljno velika da izazove skretanje čestice pod velikim uglovima.

Jedini način da se ispravnost ovih pretpostavki proveriti jeste da se izvede jednačina za rasejavanje alfa-čestica pod ovim uslovima i da se uporedi s odgovarajućim eksperimentalnim rezultatima.

10.1.2 Čestica u polju centralne sile (alfa-čestica u polju jezgra)

Razmotrimo kretanje alfa-čestice u polju pozitivnog jezgra. Ako se čestica mase M kreće početnom brzinom v_0 , tada je njena (početna) kinetička energija:

$$T_0 = \frac{Mv_0^2}{2}. \quad (10.1.1a)$$

Pod pretpostavkom da važi Kulonov zakon, potencijalna energija alfa-čestice, čije je naelektrisanje $+ze$ ($z = 2$), u polju jezgra sa naelektrisanjem $+Ze$, je:

$$U = +\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (10.1.1b)$$

gde je r rastojanje između jezgra i alfa-čestice. Pri kretanju čestice u polju centralne sile, energija sistema E i moment količine kretanja u odnosu na centar sile L su stalne:

$$(4.6.7) \quad E = T + U = \frac{M}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{const.} \quad (10.1.2)$$

$$(D-4.6.3b) \quad L = M r^2 \dot{\varphi} = \text{const.} \quad (10.1.3)$$

Jednačine su napisane u polarnim koordinatama, pri čemu je r radijus vektor, a φ ugao. Mada su ukupna energija i moment količine kretanja očuvani na putanji čestice, zbog promene njenog položaja menjaju se kako potencijalna i kinetička energija, tako i tangencijalna i radijalna brzina.

Sada želimo da nađemo oblik putanje alfa-čestice pri prolasku pored nepokretnog atomskog jezgra. Tehnički, problem se rešava na isti način kao kod izračunavanja orbite elektrona u Bor-Zomerfeldovoj teoriji. Početne jednačine su vrlo slične. Jedino je različit predznak potencijalne energije. Ponavljanjem postupka koji smo primenili kod Bor-Zomerfeldove teorije, odeljak 4.6.2, iz poslednje dve jednačine oslobađamo se izvoda po vremenu i uvođenjem smene:

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (10.1.4)$$

dobijamo diferencijalnu jednačinu putanje alfa-čestice:

$$(4.6.14) \quad \left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2 \frac{L^2}{2M} + \frac{L^2}{2M} \rho^2 = E - \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \rho$$

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2 = \left(\frac{2M}{L^2}\right)E - \left(\frac{2M}{L^2}\right)\left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\rho - \rho^2. \quad (10.1.5)$$

Ponovnim diferenciranjem dobijamo oblik iz kojeg se jednačina najlakše rešava:

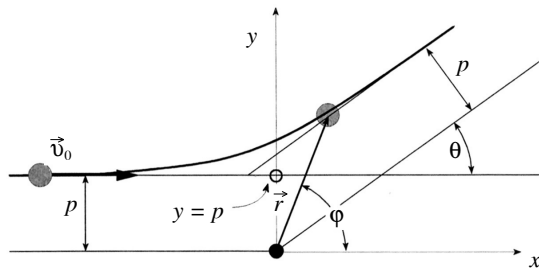
$$2\left(\frac{d^2\rho}{d\varphi^2}\right)\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right) = 0 - \left(\frac{2M}{L^2}\right)\left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right) - 2\rho\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right). \quad (10.1.6)$$

Deljenjem poslednjeg izraza sa $2(d\rho/d\varphi)$, najzad dobijamo:

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = C; \quad C = -\frac{1}{2}\left(\frac{2M}{L^2}\right)\left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0}\right). \quad (10.1.7)$$

Opšte rešenje ove diferencijalne jednačine drugog reda ima oblik:

$$(4.6.21) \quad \rho = C + A \cos \varphi + B \sin \varphi. \quad (10.1.8)$$



Slika 10.1.2 Kretanje alfa-čestice u polju jezgra. Kada nema međudejstva sa jezgrom alfa-čestica ima brzinu v_0 .

Za datu fizičku situaciju konstante A i B određuju se na osnovu početnih uslova. Za slučaj koji razmatramo, početni uslovi mogu da se odrede sa Slike 10.1.2.

Alfa-čestica koja je beskonačno udaljena od atomskog jezgra ima y -koordinatu koja je jednaka parametru sudara p . Tada je $p = 0$ i $\varphi = \pi$. Zamenjivanjem ovih vrednosti u (10.1.8) dobijamo:

$$0 = C + A \cos \pi + B \sin \pi \quad (10.1.9)$$

i pošto je $\sin \pi = 0$ i $\cos \pi = -1$

$$A = C. \quad (10.1.10)$$

Konstantu B izrazićemo pomoću parametra sudara p , čiji je smisao očigledan sa slike: p predstavlja rastojanje između putanje alfa-čestice, kada ova još uzajamno ne dejstvuje sa jezgrom, i prave koja je sa njom paralelna i koja prolazi kroz jezgro. U opštem slučaju, ordinatu y izražavamo preko r i φ očiglednim odnosom:

$$(D-4.6.28) \quad y = r \sin \varphi$$

odnosno:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{r \sin \varphi} = \frac{\rho}{\sin \varphi}. \quad (10.1.11a)$$

Zamenom vrednosti ρ iz (10.1.8) u poslednjem izrazu, dobijamo:

$$\frac{1}{y} = \frac{C + C \cos \varphi + B \sin \varphi}{\sin \varphi} = C \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} + B. \quad (10.1.11b)$$

Uvrštavanjem vrednosti iz početnih uslova u ovu jednačinu, $\rho = 0$, $\varphi = \pi$, $y = p$, dobijamo:

$$\frac{1}{p} = C \frac{1 + \cos \pi}{\sin \pi} + B \quad (10.1.12a)$$

i kako je:

$$\lim_{\varphi \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} = 0$$

$$B = \frac{1}{p}. \quad (10.1.12b)$$

Prema tome, jednačina putanje čestice je:

$$\rho = C(1 + \cos \varphi) + \frac{\sin \varphi}{p}. \quad (10.1.13)$$

Celokupna putanja čestice ne može da se prati eksperimentalno. Može da se prati samo položaj čestice pre i posle međudejstva sa jezgrom. U oba ova granična slučaja čestica se kreće pravolinijski i ugao rasejavanja jednak je uglu između ove dve pravolinijske putanje. Takođe, u oba slučaja je $\rho = 0$. Ugao rasejavanja θ nalazimo uvrštavanjem poslednjeg uslova u jednačinu putanje, tj. za $\varphi = \theta$, $\rho = 0$:

$$0 = C(1 + \cos \theta) + \frac{\sin \theta}{p}$$

odnosno:

$$-\frac{1}{Cp} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (10.1.14a)$$

Zamenjivanjem vrednosti za C , iz (10.1.7), dobijamo:

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2}{p}\left(\frac{L^2}{2M}\right)\left(\frac{4\pi\epsilon_0}{zZe^2}\right). \quad (10.1.14b)$$

Izražavajući moment količine kretanja preko parametra sudara, jednačina (D-10.1.3), dobijamo:

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2p\left(\frac{Mv_0^2}{2}\right)\left(\frac{4\pi\epsilon_0}{zZe^2}\right) \quad (10.1.14c)$$

i najzad, zamenjivanjem početne brzine v_0 početnom kinetičkom energijom T_0 prema (10.1.1a):

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2pT_0\left(\frac{4\pi\epsilon_0}{zZe^2}\right). \quad (10.1.14d)$$

Dobijeni izraz možemo dalje da uprostimo ako uočimo da izraz u zagradi pomnožen parametrom sudara p , predstavlja potencijalnu energiju čestice kada bi se ova našla na rastojanju p od atomskog jezgra:

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2\frac{T_0}{U_p}. \quad (10.1.14e)$$

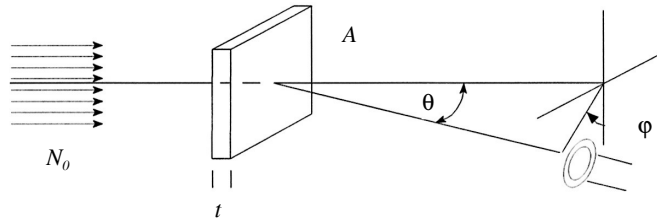
i dalje, ako izrazimo proizvod izraza u zagradi i početne kinetičke energije T_0 , preko najmanjeg rastojanja d , na koje čestica može da pride atomskom jezgrom pomoću izraza (P-10.1.3.1):

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2p}{d}. \quad (10.1.14f)$$

Tako smo došli do jednačine koja povezuje ugao rasejavanja alfa-čestica sa parametrima njenog međudejstva s atomskim jezgrom. Nažalost, parametar p od kojeg zavisi ugao skretanja ne može da se meri neposredno. Zbog toga treba opštim razmatranjem eksperimenta rasejavanja da se pronade veza između parametra sudara p i veličina koje su dostupne neposrednom merenju.

10.1.3 Klasični opis eksperimenta rasejavanja

Na Slici 10.1.3 prikazana je šema eksperimenta rasejavanja. Upadni snop sastoji se od čestica istih energija. Neka N_0 čestica u sekundi prolazi kroz površinu mete A :



Slika 10.1.3 Rasejavanje čestica na jednom centru.

$$I = \frac{N_0}{A} \quad (10.1.15a)$$

normalnu na pravac njihovog kretanja. Tada je intenzitet snopa (fluks) jednak odnosu ukupnog broja čestica N_0 koje padaju na metu u jedinici vremena i veličine površine mete A . Zbog rasejavanja na meti, detektor postavljen pod uglovima θ i φ u odnosu na pravac kretanja upadnog snopa, zabeležiće N_n čestica u jedinici vremena. Ako je fluks čestica stalan po celoj površini mete, $I = \text{const.}$, tada izraz (10.1.15a) možemo da primenimo i na čestice koje registruje detektor, a koje se rasejavaju sa dela površine mete čija je veličina σ :

$$I = \frac{N_n}{\sigma}. \quad (10.1.15b)$$

Pošto su nam upadni fluks I i broj rasejanih čestica N_n poznati, veličina površine sa koje su čestice rasejane dobija se neposredno iz (10.1.15b):

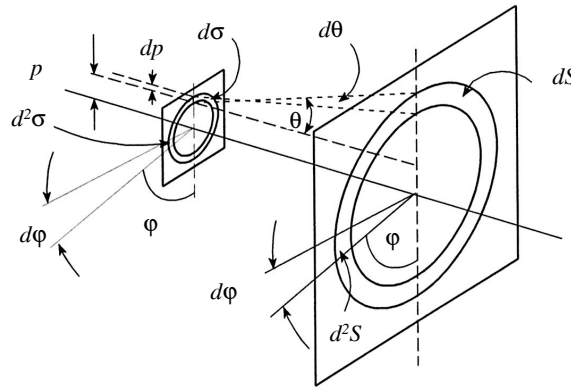
$$\sigma = \frac{N_n}{I}. \quad (10.1.16a)$$

Parametar σ naziva se efikasni presek rasejavanja i predstavlja veličinu površine sa koje se rasejavaju detektovane čestice. Efikasni presek je veoma značajna veličina, jer može kao geometrijski činilac, da se poveže sa parametrom sudara p čija nam

vrednost, kako smo videli u jednačini (10.1.14c), nedostaje da bismo problem rešili do kraja.

Međutim, efikasni presek određen izrazom (10.1.16a) nije od velike koristi jer nisu standardizovani uslovi pod kojima je izmeren broj čestica N_n . Da bismo došli do izraza za efikasni presek koji ima opšte značenje, moramo da uzmemo u obzir prostorni ugao u koji su rasejane detektovane čestice, ukupan broj čestica koje padaju na metu, broj centara rasejavanja, itd. Zbog toga ćemo da razmotrimo slučaj rasejavanja čestica sa mete koja ima samo jedan centar rasejavanja, a čija je geometrija prikazana na Slici 10.1.4. Čestice koje prođu kroz prsten poluprečnika p (parametar sudara) i debljine dp rasejaće se u konus pod uglom θ u intervalu $d\theta$.

Slika 10.1.4 U delu površine između θ i $\theta + d\theta$ i φ i $\varphi + d\varphi$ mogu da se detektuju samo čestice koje su prošle u okolini centra rasejavanja na rastojanju između p i $p + dp$, pod uglom između φ i $\varphi + d\varphi$.



Ako je $dN_1(\theta)$ broj čestica koje se raseju (sa **jednog** centra) pod naznačenim uglovima, imajući na umu stalnost upadnog fluksa, iz jednačine (10.1.16a) dobijamo:

$$d\sigma = \frac{dN_1(\theta)}{I} \quad (10.1.16b)$$

gde je $d\sigma$ veličina površine naznačenog kružnog prstena na meti.

S obzirom na cilindričnu simetriju problema (čestice se uvek rasejavaju radialno u odnosu na osu koja prolazi kroz metu, a koja je paralelna pravcu upadnog fluksa a zbog stalnosti fluksa čestice se ravnomerno raspršuju na sve strane), fluks čestica po delu površine dS , koji je određen uglom rasejavanja θ i ugaonim intervalom $d\theta$ je konstantan i ne zavisi od azimutalnog ugla φ . Detekcija čestica vrši se samo u određenom delu prostora, u malom delu kružnog prstena, koji je određen prostornim uglom $d^2\Omega$ (uglovima θ, φ , intervalima $d\theta$ i $d\varphi$, te poluprečnikom r). Zato je korisno da se problem svede na broj čestica $d^2N_1(\theta, \varphi)$, koje su detektovane u delu površine d^2S . Na deo površine d^2S padaju samo čestice koje su na meti prošle kroz deo površine $d^2\sigma$, Slika 10.1.4. Pri stalnom fluksu, u saglasnosti s izrazima (10.1.16a, b), važi:

$$d^2\sigma = \frac{d^2N_1(\theta, \varphi)}{I}. \quad (10.1.17)$$

Efikasni presek $d^2\sigma$ odnosi se na deo površine mete kroz koju prolaze čestice detektovane pod uglovima θ i Φ , u intervalima $d\theta$ i $d\Phi$ [$d^2N_1(\theta, \Phi)$ čestica u jedinici vremena]. S obzirom na to da za date uglove θ , Φ , $d\theta$ i $d\Phi$ detektor može da ima veću ili manju površinu, da može da bude bliži ili dalji u odnosu na metu, broj registrovanih čestica na površini d^2S je promenljiv. Da bi se standardizovali uslovi merenja, korisno je da se uvede **diferencijalni efikasni presek** čija veličina ne zavisi od lokalne geometrije. To je efikasni presek za rasejavanje čestica u pravcu θ , Φ , $d\theta$, $d\Phi$ normiran na jedinični prostorni ugao. Izračunava se tako što se efikasni presek $d^2\sigma$ podeli veličinom dela prostornog ugla u koji se sa njega čestice rasejavaju. Diferencijalni efikasni presek dobijamo ako jednačinu (10.1.17) podelimo delom prostornog ugla u koji se raseje $d^2N_1(\theta, \Phi)$ čestica:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = \frac{d^2N_1(\theta, \Phi)}{Id^2\Omega}. \quad (10.1.18a)$$

U ovoj jednačini na desnoj strani imamo veličine koje eksperimentalno možemo da merimo (fluks, broj čestica koje beleži detektor u jedinici vremena i prostorni ugao koji zahvata vidno polje detektora). Na desnoj strani jednačine nalazi se diferencijalni efikasni presek, veličina koju možemo da povežemo sa parametrom sudara p . Sa Slike 10.1.4 očigledno je da je:

$$d\sigma = p dp d\varphi_{max} = p dp 2\pi$$

i:

$$d^2\sigma = p dp d\varphi$$

pa je [uz $d^2\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, jednačina (D-10.1.2b)]:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = \frac{p dp d\varphi}{\sin\theta d\theta d\varphi} \quad (10.1.18b)$$

i posle skraćivanja:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = \frac{p dp}{\sin\theta d\theta}. \quad (10.1.18c)$$

Kombinovanjem izraza (10.1.18a) i (10.1.18c), najzad dobijamo vezu između eksperimentalnih i teorijskih parametara:

$$\frac{p dp}{\sin\theta d\theta} = \frac{d^2N_1(\theta, \Phi)}{Id^2\Omega}. \quad (10.1.19)$$

Za specifično međudejstvo između čestica, prvo pronalazimo vezu između p i θ (što smo učinili u prethodnom odeljku), zatim izračunavamo $dp/d\theta$, pa zamenjivanjem u izrazu (10.1.18c) dobijamo diferencijalni efikasni presek.

10.1.4 Rasejavanje alfa-čestica na atomskom jezgru

Za slučaj koji smo razmatrali u prethodnom odeljku izračunaćemo diferencijalni presek iz izraza (10.1.18c). Rešavanjem jednačine (10.1.14d) po p dobijamo:

$$p = \frac{1}{2T_0} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = k \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (10.1.20)$$

gde smo konstantu k :

$$k = \frac{1}{Mv_0^2} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right) = \frac{zZ}{2T_0} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \quad (10.1.21)$$

uveli radi jednostavnosti. Izvod $dp/d\theta$ nalazimo neposrednim diferenciranjem jednačine (10.1.20):

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{k}{2} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (10.1.22a)$$

Negativni znak pokazuje samo to da ugao skretanja opada sa porastom rastojanja p , što nema značaja za dalje razmatranje. Zbog toga ćemo da koristimo samo apsolutnu vrednost dobijenog izraza:

$$\left| \frac{dp}{d\theta} \right| = +\frac{k}{2} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (10.1.22b)$$

Zamenom izraza (10.1.20) i (10.1.22b) u jednačinu (10.1.18c) dobijamo:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = \frac{k^2}{4} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (10.1.23a)$$

i uvrštavanjem vrednosti za k iz jednačine (10.1.21):

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{Mv_0^2} \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (10.1.23b)$$

Ovo je čuvena Raderfordova jednačina za ugaonu zavisnost diferencijalnog preseka rasejanja.

Sada treba diferencijalni presek da izrazimo preko eksperimentalnih parametara koje srećemo u realnom slučaju:

– imamo metu debljine t i površine A sa n atoma u jedinici zapremine. Ako je debljina mete dovoljno mala, tako da ne dolazi do uzajamnog prekrivanja centara rasejavanja, njihov broj jednak je broju atoma u meti $A t n$;

– upadni snop čestice iste energije ima fluks od I čestica po jedinici površine u jedinici vremena. Tada na metu površine A u jedinici vremena pada $I A$ čestica, jednačina (10.1.15a);

– eksperimentalno merimo broj čestica $d^2 N_n(\theta, \varphi)$ koje se u jedinici vremena raseju u prostornom uglu $d^2 \Omega$ pri položaju detektora (θ, φ) . Indeks n označava da se čestice rasejavaju sa velikog broja centara, a ne samo sa jednog kao što smo do sada razmatrali. Isto tako, merimo i ukupni broj čestica N_0 koje padaju na metu u jedinici vremena;

– ukupni broj čestica rasejanih sa mete pod određenim uglom $d^2 \Omega$ u pravcu (θ, φ) jednak je proizvodu broja čestica rasejanih sa jednog centra i ukupnog broja centara u meti:

$$d^2 N_n(\theta, \varphi) = n A t d^2 N_1(\theta, \varphi). \quad (10.1.24)$$

Broj čestica rasejanih sa mete u jediničnom prostornom uglu u odnosu na ukupan broj čestica koje padaju na metu $d^2 N_n / (N_0 d^2 \Omega)$, dobijamo deljenjem izraza (10.1.24) sa $N_0 d^2 \Omega$:

$$\frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = \frac{n A t}{N_0} \frac{d^2 N_1(\theta, \varphi)}{d^2 \Omega}. \quad (10.1.25)$$

Ovde, s leve strane jednačine imamo veličine koje neposredno merimo, a s desne veličine koje su u vezi sa diferencijalnim presekom rasejavanja $d\sigma/d\Omega$. Ako u jednačinu (10.1.25) uvrstimo diferencijalni presek rasejavanja iz jednačine (10.1.18a), imajući u vidu izraz (10.1.15a), dobijamo:

$$\frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = n t \frac{d^2 \sigma}{d^2 \Omega} \quad (10.1.26a)$$

a zamenom diferencijalnog preseka iz jednačine (10.1.23a):

$$\frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = \frac{n t k^2}{4} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (10.1.26b)$$

Budući da je broj čestica u jedinici zapremine:

$$n = \rho \frac{N_A}{M_A}$$

gde je ρ gustina mete (ne treba ga pomešati s istim simbolom koji je ranije korišćen kao pomoćna promenljiva), N_A Avogadrov broj i M_A atomska masa mete, a uzimajući vrednost konstante k iz jednačine (10.1.21), konačno dobijamo:

$$\frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = \frac{1}{4} \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)}. \quad (10.1.26c)$$

Ovde je:

N_0 – ukupni broj čestica koje padaju na metu u jedinici vremena,

$d^2 N_n(\theta, \varphi)$ – broj čestica u jedinici vremena koje registruje detektor koji je postavljen u položaj određen uglovima θ , φ ,

$d^2 \Omega$ – element prostornog ugla koji obuhvata vidno polje detektora,

ρ – gustina materijala od kojeg je napravljena meta,

t – debljina mete,

M_A – atomska masa mete,

N_A – Avogadrov broj,

Z – redni broj atoma mete,

z – naelektrisanje čestice projektila (za alfa-česticu $z = 2$),

e – elementarno naelektrisanje,

T_0 – početna kinetička energija čestice (projektila) $T_0 = Mv_0^2/2$,

M – masa alfa-čestice,

\vec{v}_0 – brzina alfa-čestice,

θ – ugao rasejavanja,

$e^2/4\pi\epsilon_0 = 1,440 \text{ eV nm}$.

10.1.5 Upoređivanje Raderfordove jednačine s eksperimentom

Ispravnost jednačine (10.1.26c) proverili su Gajger i Marsden nizom novih eksperimenata. Označimo, radi jednostavnosti, relativni broj čestica rasejan u pravcu θ , φ koji je obračunat na jedinični prostorni ugao, sa N' :

$$\frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = N'. \quad (10.1.27)$$

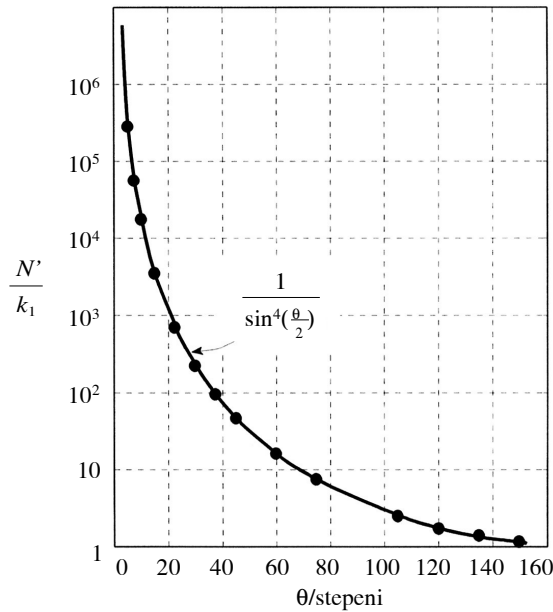
Tada iz jednačine (10.1.26c) za različito podešene uslove dobijamo sledeće jednačine:

a) za metu sa stalnom geometrijom i sastavom:

$$N' = \frac{k_1}{\sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (10.1.28a)$$

odnosno:

$$N' \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right) = \text{const.} \quad (10.1.28b)$$



Slika 10.1.5 Grafički prikaz rezultata merenja Gajgera i Marsdena za rasejavanje alfa-čestica na zlatnoj foliji. Normiran broj rasejanih čestica nacrtan je u zavisnosti od ugla rasejavanja, saglasno jednačini (10.1.28a). Puna linija predstavlja teorijsku krivu za rasejavanje u Kulonovom polju.

Mereći broj čestica rasejanih sa zlatne folije pod uglovima od 5° do 150° , Slika 10.1.5, Gajger i Marsden našli su da se izraz $1/\sin^4(\theta/2)$ menja od $2,76 \times 10^5$ do 1,15, dok se $N' \sin^4(\theta/2)$ menja samo u opsegu od 19 do 30. Time je, u osnovi, potvrđena ispravnost zavisnosti relativnog broja rasejanih čestica od ugla rasejavanja.

Činjenica da izraz (10.1.28b) nije baš sasvim konstantan, ukazuje na to da su pri izvođenju jednačine (10.1.26c) učinjene neke aproksimacije. Najočiglednija se odnosi na mase jezgra i alfa-čestice. Za vreme izvođenja jednačine smatralo se da je masa alfa-čestice zanemarljivo mala u odnosu na masu atomskog jezgra sa kojeg se čestice rasejavaju i da zbog toga ne postoji uzmak jezgra prilikom sudara. Međutim, zbog konačnog odnosa masa, uzmak jezgra postoji i kada se uzme u obzir popravljen izraz (10.1.28b) praktično je konstantan;

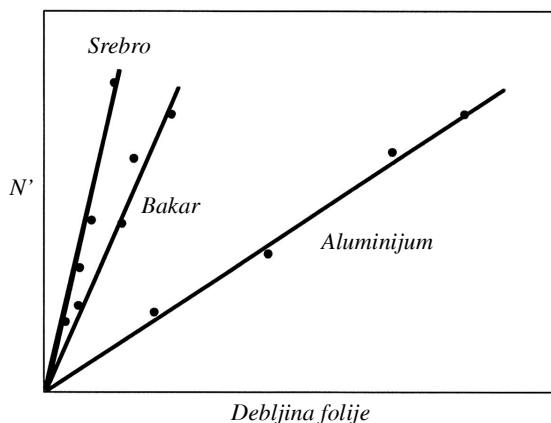
b) za mete istog sastava, a različitih debljina, dobijamo da je:

$$N' = k_2 t \quad (10.1.29a)$$

odnosno:

$$\frac{N'}{t} = \text{const.} \quad (10.1.29b)$$

Vršeći rasejavanje na metama različite debljine, Slika 10.1.6, a držeći ugao rasejavanja oko 25° , Gajger i Marsden su našli da je odnos relativnog broja rasejanih čestica i debljine mete stalan, kao što predviđa izraz (10.1.29b). To je istovremeno i dokaz da je, pri umerenim uglovima, rasejavanje u **jednostrukim** sudarima važnije od rasejavanja u **višestrukim** sudarima. Naime, verovatnoća za rasejavanje u višestrukim sudarima proporcionalna je kvadratnom korenu broja rasejavanja u jednostrukim sudarima i tada bi se očekivalo da je $N' \propto \sqrt{t}$. Slika 10.1.6 jasno pokazuje da se to ne događa;



Slika 10.1.6 Zavisnost broja čestica koje su rasejane pod stalnim uglom od debljine metalne folije, za različite metale.

c) za istu metu na kojoj se rasejavaju alfa-čestice različitih energija iz jednačine (10.1.26c) dobijamo:

$$N' = \frac{k_3}{T_0^2} \quad (10.1.30a)$$

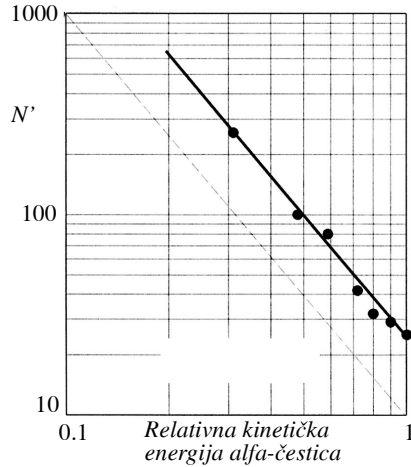
odnosno:

$$N'T_0^2 = \text{const.} \quad (10.1.30b)$$

Posmatrajući rasejavanje alfa-čestica različitih energija, Gajger i Marsden potvrdili su valjanost jednačine (10.1.30b), Slika 10.1.7. Alfa-čestice koje emituje radioaktivni izvor oni su usporavali tankim slojem liskuna. Iz nezavisnih merenja znali su uticaj debljine liskuna na brzinu alfa-čestica. Zbog toga su u eksperimentima rasejavanja mogli da menjaju brzinu u širokom opsegu, kao što je pokazano na Slici 10.1.7;

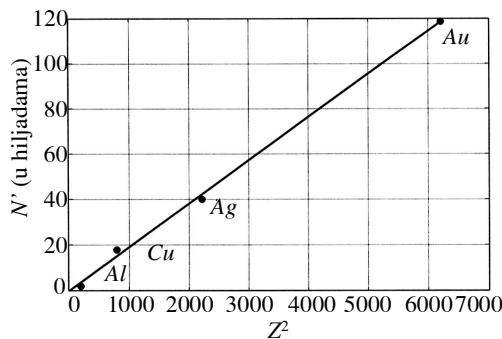
d) za različite mete, pri stalnom broju atoma po jedinici površine ($N_A \rho t / M_A = \text{const.}$), važi:

$$N' = k_4 Z^2. \quad (10.1.31)$$



Slika 10.1.7 Zavisnost broja čestica rasejanih pod odabranim uglom od kinetičke energije alfa-čestica. Uočava se da je skala logaritamska i da nagib od -2 predstavlja zakonitost $N' \propto T_0^{-2}$, kao što predviđa Raderfordova jednačina (10.1.30).

Mereći rasejavanje na folijama različitih metala, Gajger i Marsden potvrdili su da relativni broj rasejanih čestica zavisi od kvadrata naelektrisanja atomskog jezgra, Slika 10.1.8, kao što predviđa poslednja jednačina.



Slika 10.1.8 Zavisnost broja čestica rasejanih pod stalnim uglom od naelektrisanja atomskog jezgra Z , za folije od različitih metala, saglasno jednačini (10.1.31). Broj rasejanih čestica nacrtan je u zavisnosti od kvadrata naelektrisanja. Otuda pravolinijska zavisnost kao što sledi iz izraza (10.1.31).

Prema tome, može da se zaključi da je ispravnost Raderfordove jednačine eksperimentalno potvrđena u svim njenim delovima. To podrazumeva i ispravnost svih pretpostavki koje je Raderford učinio, da bi do jednačine došao:

a) interakcija s elektronima ne dovodi do skretanja alfa-čestica pošto je masa elektrona mnogo manja od mase alfa-čestice;

b) centar na kojem dolazi do rasejavanja mora da bude veoma mali pošto najveći broj alfa-čestica prolazi kroz metu bez skretanja. Zbog toga je i verovatnoća da alfa-čestica skrene sa prvobitne putanje, zbog višestrukih sudara, zanemarljivo mala;

c) rasejavanje alfa-čestice posledica je jednostrukog sudara sa vrlo malim pozitivno naelektrisanim atomskim jezgrom.

Gajger i Marsden koristili su alfa-čestice s energijom od 7,68 MeV i zlatne folije debljine oko 3×10^{-4} mm. Za ugao rasejavanja od 150° dobijamo da je najmanje

rastojanje između alfa-čestice i atomskog jezgra 30 fm (1 fm = 1 femtometar = 1 Fermi = 10^{-15} m).

Prema tome, eksperimentalno je potvrđeno to da je prečnik atomskog jezgra zlata manji od 30 fm i da Kulonov zakon važi za rastojanja veća od 30 fm.

Primeri

Primer 10.1.1 Snop protona konstantne energije pada normalno na zlatnu foliju debljine 4,0 μ m. Od broja upadnih protona jedan deo od $\eta = 1,35 \times 10^{-3}$ raseje se u diferencijalno malom uglu $d\theta$ u pravcu $\theta = 60^\circ$. Izračunati:

- Kolika je kinetička energija upadnih protona?
- Diferencijalni efikasni presek $d^2\sigma/d^2\Omega$ atomskog jezgra zlata.
- Koliki je parametar sudara za protone rasejane pod datim uglom?

REŠENJE:

a) Deo protona rasejanih u kružnom prstenu $d\theta$ pod uglom θ , nalazimo integraljenjem izraza (10.1.26c) po komponenti φ prostornog ugla $d^2\Omega$:

$$\eta(\theta)d\theta = \frac{dN_n(\theta)}{N_0} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \left[\frac{d^2N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2\Omega} \right] d^2\Omega. \quad (\text{P-10.1.1})$$

Imajući na umu da je:

$$(D-10.1.2b) \quad d^2\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

i da član u uglastoj zagradi jednačine (P-10.1.1) ne zavisi od ugla φ , nalazimo izraz koji može da se neposredno integrirati:

$$\begin{aligned} \eta(\theta)d\theta &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \left[\frac{d^2N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2\Omega} \right] \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \\ &= \left[\frac{d^2N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2\Omega} \right] \sin\theta \, d\theta \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi. \end{aligned}$$

Najzad, integraljenjem i zamenjivanjem:

$$(10.1.26c) \quad \frac{d^2N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2\Omega} = \frac{1}{4} \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

dobijamo da je:

$$\eta(\theta) = \pi \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{P-10.1.2})$$

ili rešavanjem po T_0 :

$$T_0 = \frac{zZ}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \sqrt{\frac{\pi \rho N_A t}{M_A \eta(\theta)} \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}}. \quad (\text{P-10.1.3})$$

Uvrštavanjem brojnih vrednosti: $z = 1$; $Z = 79$; $e^2/(4\pi\epsilon_0) = 1,440 \text{ eV nm}$; $\rho = 19300 \text{ kg/m}^3$; $N_A = 6,023 \times 10^{23}/\text{mol}$; $M_A = 197 \text{ kg/kmol}$; $t = 4 \times 10^{-6} \text{ m}$; $\eta(\theta) = 1,35 \times 10^{-3}$ i $\theta = 60^\circ$, nalazimo:

$$T_0 = \frac{(1) \times (79)}{2} (1,44 \times 10^{-9} \text{ eVm}) \times \\ \times \sqrt{\frac{(3,142)(1,93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3)(6,023 \times 10^{26}/\text{kmol})(4 \times 10^{-6} \text{ m}) \cos 30^\circ}{(197 \text{ kg/kmol})(1,35 \times 10^{-3}) \sin^3 30^\circ}}$$

$$T_0 = 3,509 \text{ MeV}.$$

b) Kombinovanjem izraza:

$$(10.1.26a) \quad \frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = n t \frac{d^2 \sigma}{d^2 \Omega}$$

i:

$$(10.1.26c) \quad \frac{d^2 N_n(\theta, \varphi)}{N_0 d^2 \Omega} = \frac{1}{4} n t \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

nalazimo:

$$\frac{d^2 \sigma}{d^2 \Omega} = \frac{1}{4} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

i zamenjivanjem brojnih vrednosti:

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = \frac{1}{4} \left[\frac{(1)(79)}{2(3,509 \times 10^6 \text{ eV})} (1,44 \times 10^{-9} \text{ eVm}) \right]^2 \frac{1}{\sin^4(30^\circ)}$$

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\Omega} = 1,052 \times 10^{-27} \text{ m}^2.$$

c) Iz:

$$(10.1.20) \quad p = \frac{1}{2T_0} \left(\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \text{ctg} \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

zamenjivanjem brojnih vrednosti nalazimo:

$$p = \frac{1}{2(3,509 \times 10^6 \text{ eV})} (1,44 \times 10^{-9} \text{ eVm}) \text{ctg}(30^\circ) \Rightarrow$$

$$p = 2,81 \times 10^{-14} \text{ m}.$$

Primer 10.1.2 Alfa-čestice sa kinetičkom energijom od 8,0 MeV rasejavaju se sa zlatne folije ($\rho=19,3 \text{ g/cm}^3$, $M_A=197 \text{ g/mol}$) debljine $2,0 \times 10^{-4} \text{ cm}$. Koji se deo čestica raseje pod uglom većim od $\theta=90^\circ$?

REŠENJE:

Jednačina (10.1.26c) izražava deo čestica d^2N_r/N_0 rasejanih u prostornom uglu $d^2\Omega$ koji je postavljen u pravcu koji je određen uglovima θ i φ . Deo čestica koje se raseju u svim pravcima φ (od 0 do 2π) nalazimo integraljenjem jednačine (10.1.26c) po φ , kao što je pokazano u primeru 10.1.1:

$$(P-10.1.2) \quad \eta(\theta) = \pi \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (P-10.1.4)$$

a između uglova θ_1 i θ_2 integraljenjem ovoga izraza po θ :

$$\eta(\theta_1 < \theta < \theta_2) = \pi \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta. \quad (P-10.1.5)$$

Ovaj integral lako nalazimo ako uočimo da je:

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) d\theta = 2d\left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

pa je:

$$\begin{aligned} \int \frac{\theta_2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\theta_1 \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta &= 2 \int \frac{\theta_2 d\left[\sin\frac{\theta}{2}\right]}{\theta_1 \sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \int_{\sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right)}^{\sin\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \frac{dx}{x^3} = \\ &= -\left[\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} - \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} \right] \end{aligned}$$

što zamenjivanjem u (P-10.1.5), najzad daje:

$$\eta(\theta_1 < \theta < \theta_2) = \pi \frac{\rho N_A t}{M_A} \left(\frac{zZ}{2T_0 4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\rho} \right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta_2}{2}\right)} - \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta_1}{2}\right)} \right). \quad (\text{P-10.1.6})$$

Pošto je najveća moguća vrednost ugla θ 180° , to ćemo integraljenje da izvršimo u intervalu od 90° do 180° . Zamenjivanjem ostalih brojnih vrednosti: $z=1$; $Z=79$; $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1,440 \text{ eV nm}$; $\rho=19300 \text{ kg/m}^3$; $N_A=6,023 \times 10^{23}/\text{mol}$; $M_A=197 \text{ kg/kmol}$; $T_0=8,0 \times 10^6 \text{ eV}$ i $t=2 \times 10^{-6} \text{ m}$, iz poslednjeg izraza dobijamo:

$$\begin{aligned} \eta(90^\circ < \theta < 180^\circ) &= (3,142) \frac{(19300 \text{ kg/m}^3)(6,02 \times 10^{26}/\text{kmol})(2,0 \times 10^{-6} \text{ m})}{(197 \text{ kg/kmol})} \times \\ &\times \left(\frac{(2)(79)}{2 \times (8,0 \times 10^6 \text{ eV})} (1,44 \times 10^{-9} \text{ eV m}) \right)^2 \times \left(\frac{1}{\sin^2(90^\circ)} - \frac{1}{\sin^2(45^\circ)} \right) \Rightarrow \\ \eta(90^\circ < \theta < 180^\circ) &= \frac{N_n(\theta > 90^\circ)}{N_0} = 7,47 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Primer 10.1.3 Naći najmanje rastojanje na koje proton s energijom od 10 MeV u čeonom sudaru može da pride atomskom jezgri zlata.

REŠENJE:

U čeonom sudaru čestice sa naelektrisanjem ze i energijom T_0 i jezgra sa naelektrisanjem Ze , na nekom najmanjem rastojanju d , brzina čestice jednaka je nuli. Tada je i kinetička energija čestice jednaka nuli. Međutim, kako je pri kretanju u polju centralane sile ukupna energija stalna (D-10.1.10) to je celokupna energija čestice u tom trenutku jednaka njenoj potencijalnoj energiji U_{max} . Dakle:

$$U_{max} = T_0$$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZ}{d} = T_0$$

odakle nalazimo:

$$d = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZ}{T_0} \quad (\text{P-10.1.7})$$

i zamenjivanjem brojnih vrednosti: $z = 1$; $Z = 79$; $T_0 = 1 \times 10^7 \text{ eV}$ i $e^2/(4\pi\epsilon_0) = 1,440 \times 10^{-9} \text{ eV m}$:

$$d = (1,44 \times 10^{-9} \text{ eV m}) \frac{(1)(79)}{(10^7 \text{ eV})}$$

$$d = 1,14 \times 10^{-14} \text{ m}.$$

Primer 10.1.4 Izračunati najmanje rastojanje na koje alfa-čestica s energijom od 4,0 MeV i sa parametrom sudara $p = 2,6 \times 10^{-13} \text{ m}$, može da priđe atomskom jezgru zlata.

REŠENJE:

Za česticu sa naelektrisanjem ze , koja se kreće u (Kulonovom) polju centralne sile atomskog jezgra sa naelektrisanjem Ze , održani su moment količine kretanja i ukupna energija, odeljak D-10.1.2. i D-10.1.3. Na beskonačnom rastojanju od jezgra ukupna energije čestice jednaka je njenoj kinetičkoj energiji T_0 , a moment količine kretanja jednak je proizvodu mase M , početne brzine v_0 i parametra sudara p :

$$(10.1.1a) \quad E = T_0 = \frac{1}{2} M v_0^2$$

$$(D-10.1.3) \quad L = M v_0 p.$$

Kada se čestica primiće jezgru, njena potencijalna energija raste, a zbog zakona održanja, kinetička energije opada. Zbog toga, na najmanjem rastojanju r_{min} , čestica postiže najmanju brzinu v_{min} . Međutim, pošto energija i moment količine kretanja ostaju očuvani, važi:

$$(D-10.1.10b) \quad \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} M v_{min}^2 + \frac{zZ}{r_{min}} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right). \quad (\text{P-10.1.8a})$$

Jednačina (P-10.7.1) može zgodno da se iskoristi da bi se potencijalna energija izrazila preko početne kinetičke energije T_0 i najmanjeg rastojanja u čeonom sudaru d :

$$\frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} M v_{min}^2 + T_0 \left(\frac{d}{r_{min}} \right). \quad (\text{P-10.1.8b})$$

Takođe, važi:

$$Mv_0p = Mv_{min}r_{min} \quad (\text{P-10.1.9})$$

$$v_{min} = v_0 \frac{p}{r_{min}}$$

Zamenjivanjem najmanje brzine iz poslednjeg izraza u (P-10.1.4.1b), dobijamo:

$$T_0 = T_0 \left(\frac{p}{r_{min}} \right)^2 + T_0 \left(\frac{d}{r_{min}} \right) \quad (\text{P-10.1.10})$$

odakle, skraćivanjem i preuređivanjem, dobijamo kvadratnu jednačinu:

$$\left(\frac{p}{r_{min}} \right)^2 + \left(\frac{d}{r_{min}} \right) - 1 = 0 \quad (\text{P-10.1.11})$$

čije je pozitivno rešenje:

$$r_{min} = \frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2} \right)^2 + p^2}. \quad (\text{P-10.1.12})$$

Zamenjivanjem brojnih vrednosti $z = 2$; $Z = 79$; $T_0 = 4,0 \text{ MeV}$; $e^2/(4\pi\epsilon_0) = 1,440 \times 10^{-9} \text{ eV m}$ i $p = 2,6 \times 10^{-13} \text{ m}$ iz (P-10.1.3.1), nalazimo:

$$d = (1,44 \times 10^{-9} \text{ eV m}) \frac{(2)(79)}{(4 \times 10^6 \text{ eV})}$$

$$d = 5,69 \times 10^{-14} \text{ m}$$

a iz (P-10.1.4.5):

$$r_{min} = \frac{5,69 \times 10^{-14} \text{ m}}{2} + \sqrt{\left(\frac{5,69 \times 10^{-14} \text{ m}}{2} \right)^2 + (2,60 \times 10^{-13} \text{ m})^2}$$

$$r_{min} = 2,90 \times 10^{-13} \text{ m}.$$

Zadaci:

1. Izračunati brzinu alfa-čestica čija je kinetička energija 7,68 MeV.

$$[v_0 = 1,93 \times 10^7 \text{ m/s}]$$

2. Aluminijumska folija raseje u izvesnom pravcu u neki prostrani ugao 10^3 čestica u sekundi. Koliko čestica raseje u istom pravcu i prostornom uglu zlatna folija iste debljine?

$$[36110 \text{ čestica/s}]$$

3. Izračunati najmanje rastojaanje na koje protoni sa energijom od a [36110 čestica/s] MeV mogu da pridu atomskom jezgru zlata.

$$[d = 1,14 \times 10^{-13} \text{ m}]$$

4. Izračunati kinetičku energiju protona koji u čeonom sudaru mogu da „dodirnu” atomsko jezgro zlata, ako je poluprečnik jezgra $7,6 \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

$$[T_0 = 15,0 \text{ MeV}]$$

5. Pod kojim se uglom alfa-čestica sa energijom od 4 MeV rasejava kada prilazi atomskom jezgru zlata sa parametrom sudara $2,6 \times 10^{-13} \text{ m}$?

$$[\theta_0 = 12,49^\circ]$$

6. Koliki je parametar sudara za alfa-česticu koja se sa atomskog jezgra zlata rasejava pod uglom od 1° ?

$$[p = 1,7 \times 10^{-12} \text{ m}]$$

7. Izračunati najmanje rastojanje na koje alfa-čestica s energijom od 5,5 MeV, sa parametrom sudara $8,0 \times 10^{-15} \text{ m}$, može da pride atomskom jezgru srebra.

$$[r_{\min} = 5,04 \times 10^{-14} \text{ m}]$$

8. Ako natrijumova folija ($Z = 11$, $M_A = 23 \text{ kg/kmol}$) raseje u datom pravcu $1,00 \times 10^4$ alfa-čestica, koliko čestica raseje pod istim uglom:

a) zlatna folija iste debljine; b) duplo tanja natrijumova folija?

$$[a) 1,25 \times 10^5 ; b) 6,25 \times 10^4]$$

9. Izračunati odnos broja protona i alfa-čestica koji se raseju sa zlatne folije pod uglom $\theta > 90^\circ$, ako oba upadna snopa, snop protona i snop alfa-čestica, imaju jednake fluksove i kinetičke energije upadnih čestica.

$$[0,25]$$

10.2 OSOBINE ATOMSKOG JEZGRA

Iz Raderfordovog i sličnih eksperimenata rasejavanja znamo da je atomsko jezgro veoma malo – oko 10000 puta manje od atoma. Međutim, ono sadrži skoro celokupnu masu atoma. To znači da je gustina nuklearne materije ogromna – oko $2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$. Saglasno Moslijevim rezultatima, odeljak 7.2.6, jezgro sa atomskim brojem Z sadrži Z pozitivnih naelektrisanja. To znači da je i srednja gustina naelektrisanja u nuklearnoj materiji ogromna – oko 10^{25} C/m^3 .

Kao što ćemo videti, atomsko jezgro sastoji se od protona i neutrona, koji su vrlo gusto pakovani. Odbojna Kulonova sila između protona raznela bi atomsko jezgro u paramparčad da nema dodatne privlačne sile koja ih drži zajedno. Ta dodatna sila naziva se **nuklearna sila** ili „**jaka**” **sila**. Za dva susedna protona u atomskom jezgru ta sila je 100 puta jača od odbojne Kulonove sile. Jaka sila određuje osobine protona i neutrona u jezgru, na isti način na koji Kulonova sila uslovljava osobine elektrona u atomskom omotaču. Pošto su jake sile mnogo veće i ekscitacione energije nuklearnih stanja su mnogo veće od ekscitacionih energija atomskih stanja. Energetske razlike između atomskih stanja iznose od jedan do nekoliko eV,

dok se energetske razlike između nuklearnih stanja kreću od jednog do nekoliko MeV-a (mega elektronvolti). Prelazi između atomskih stanja dovode do emisije vidljivog ili x -zračenja, dok prelazi između nuklearnih stanja dovode do emisije γ zračenja.

Nažalost, nuklearne sile ne mogu da se opišu nekom jednostavnom jednačinom, na primer, jednačinom za Kulonov zakon ili Njutnov zakon gravitacije. Ponašanje ovih sila u zavisnosti od rastojanja poznato je samo u grubim crtama. Zbog toga, stacionarna stanja atomskog jezgra ne mogu da se izračunavaju iz prvih principa, kao što je to moguće za atomska stanja.

10.2.1 Sastav jezgra

Kada se masenim spektrometrom, odeljak 2.3, meri atomska masa hemijski čistog uzorka, dobija se da se čak i hemijski najčistiji uzorak sastoji od smeše atoma različitih atomskih masa.

Atomi koji su hemijski potpuno isti, ali se razlikuju po masama, nazivaju se **izotopima**. Na primer, neon ima dvanaest izotopa: ^{16}Ne , ^{17}Ne , ^{18}Ne , ^{19}Ne , ^{20}Ne , ^{21}Ne , ^{22}Ne , ^{23}Ne , ^{24}Ne , ^{25}Ne , ^{26}Ne , ^{27}Ne , čije se mase kreću od 16,03 do 27,01 a. j. m., Tabela 10.2.1. Broj u gornjem levom uglu hemijskog simbola naziva se **maseni broj**. On je jednak celobrojnoj masi izraženoj u atomskim jedinicama mase ili, još tačnije, maseni broj predstavlja zbir broja protona i broja neutrona u atomskom jezgru. Neon se u prirodi sastoji od smeše izotopa ^{20}Ne (90,92%), ^{21}Ne (0,257%) i ^{22}Ne (8,825%). Ostali izotopi neona ne javljaju se u prirodi. Oni su vrlo nestabilni i dobijaju se veštački, transmutacijom elemenata u nuklearnim reaktorima ili u akceleratorima. Izotopi ^{20}Ne , i ^{22}Ne , posebno su poznati po tome što su to prvi otkriveni izotopi bilo kojeg hemijskog elementa. Oni su bili identifikovani masenospektrometrijski (J. J. Tomson, 1912) i ubrzo zatim razdvojeni difuzionom metodom (F. W. Aston).

Tabela 10.2.1 Izotopi neona

Izotop	Masa a.j.m.	Broj protona	Broj neutrona	Radioaktivnost
^{16}Ne	16,02575	10	6	p
^{17}Ne	17,01769	10	7	β^+
^{18}Ne	18,00571	10	8	β^+, γ
^{19}Ne	19,00188	10	9	β^+
^{20}Ne	19,99244	10	10	stabilan
^{21}Ne	20,99384	10	11	stabilan
^{22}Ne	21,99138	10	12	stabilan
^{23}Ne	22,99447	10	13	β^-, γ
^{24}Ne	23,99361	10	14	β^-, γ
^{25}Ne	24,99768	10	15	β^-
^{26}Ne	26,00047	10	16	
^{27}Ne	27,00725	10	17	

Svi hemijski elementi imaju po nekoliko izotopa. Vodonik ima tri izotopa: ^1H (običan vodonik), ^2H (deuterijum) i ^3H (tricijum). Helijum ima pet izotopa: ^3He , ^4He , ^5He , ^6He , i ^8He . Neki od ovih izotopa javljaju se u prirodi – oni su stabilni ili skoro stabilni, sa veoma dugim vremenima poluživota. Drugi mogu da se dobiju samo veštačkim putem – oni su nestabilni i sa vrlo kratkim vremenima poluživota. Pošto su svi atomi datog hemijskog elementa, recimo neona, hemijski potpuno isti, oni moraju da imaju isti broj elektrona u atomskom omotaču. Razlika u masama između izotopa neona, prema tome, mora da potiče od razlika u strukturi njihovih atomskih jezgara. Jezgra su sačinjena od protona i neutrona, Tabela 10.2.2. Svi izotopi neona imaju isti broj protona – deset protona – ali zato imaju različiti broj neutrona. Tako ^{17}Ne ima sedam neutrona, ^{18}Ne ima osam, ^{19}Ne ima devet, itd. Maseni broj A je zbir broja protona Z i broja neutrona N u atomskom jezgru:

$$A = Z + N. \quad (10.2.1)$$

Protoni i neutroni zajedno nazivaju se nukleoni. Prema tome, A je broj nukleona u atomskom jezgru.

Zanimljivo je uporediti osobine protona i neutrona iz Tabele 10.2.2 sa osobinama elektrona. Najočiglednija razlika je u masi: protoni i neutroni imaju masu oko 1840 puta veću od mase elektrona. Druga značajna razlika odnosi se na unutrašnju strukturu čestica. Nasuprot elektronima koje smatramo tačkastim česticama, protoni i neutroni su sferne čestice malih, ali končanih dimenzija. Poluprečnik protona ili neutrona je oko $1,0 \times 10^{-15}\text{m}$. Kvantni broj spina protona i neutrona iznosi $1/2$, kao i kod elektrona. U Tabeli 10.2.2 navedena je vrednost intenziteta komponente spina duž z -ose s_z . Inače, intenzitet spinskog momenta iznosi $[s(s+1)]^{1/2}\hbar$. Međutim, magnetni moment protona i neutrona mnogo je manji od magnetnog momenta elektrona, saglasno jednačini 5.1.14 $\mu_e = -e\hbar/2m_e$, iz koje se vidi da je magnetni moment obrnuto proporcionalan masi. Kao i kod jednačine za elektron, moglo bi da se očekuje da je magnetni moment protona $e\hbar/2m_p$. Međutim, stvarna vrednost iznosi $+2.79 e\hbar/2m_p$, gde znak plus ukazuje na to da je magnetni moment paralelan spinu. Slično bi moglo da se očekuje i da magnetni moment neutrona bude jednak nuli, zato što je njegovo naelektrisanje nula. Međutim, prava vrednost magnetnog momenta neutrona iznosi $-1,91 e\hbar/2m_p$, gde znak minus ukazuje na antiparalelnu orijentaciju magnetnog momenta i spina. Ove neočekivane vrednosti magnetnog momenta jasno pokazuju da proton i neutron nisu proste čestice sa ujednačenom raspodelom naelektrisanja, već da imaju posebnu unutrašnju strukturu. Magnetne osobine neposredno su uslovljene količinom „rotirajućeg” naelektrisanja. To znači da u neutronu, čije je zbirno naelektrisanje jednako nuli, postoje ljuske pozitivnog i negativnog naelektrisanja čija je radialna raspodela različita.

Tabela 10.2.2 Nukleoni

Nukleon	Masa /a.j.m.	Spin / \hbar	Magnetni moment	Radius/m
Proton	1,00727647	$\frac{1}{2}$	$2,792846 \, e\hbar/2m_p$	$1,0 \times 10^{-15}$
Neutron	1,00866501	$\frac{1}{2}$	$-1,913042 \, e\hbar/2m_p$	$1,0 \times 10^{-15}$

Pre nego što je Čedvik otkrio neutron 1932. godine, smatralo se da je atomsko jezgro sastavljeno od protona i elektrona koji su, zapravo, bili jedine čestice poznate u to vreme. Na postojanje elektrona u atomskom jezgru naročito je ukazivao β -raspad pri kojem jezgro izbacuje elektron. (Prema savremenom shvatanju elektron se stvara prilikom raspada.) Saglasno tom shvatanju, na primer, jezgro ^{22}Ne izgrađeno je od 22 protona i 12 elektrona, koji mu daju masu od 22 a.j.m. i nalektrisanje + 10 e . Međutim, ovakva slika o građi atomskog jezgra protivrećila je nekim poznatim činjenicama. Na primer, na osnovu spektroskopskih merenja bilo je poznato da atomsko jezgro azota ^{14}N ima spin $I=1$. Prema shvatanju o postojanju nuklearnih elektrona, to jezgro bi trebalo da sadrži 14 protona i 7 elektrona, čiji bi rezultirajući spin trebalo da bude $1/2$ ili $3/2$ ili $5/2$ ili ... $21/2$. Druga protivrečnost dolazi od istipitivanja magnetnih osobina atomskih jezgara. Kada bi atomska jezgra sadržavala elektrone, tada bi se očekivalo da njihovi magnetni momenti budu istog reda veličine kao kod elektrona. Međutim, izmereni magnetni momenti obično su manji 1000 puta. Oni su, u stvari, istog reda veličine kao i magnetni momenti protona (Tabela 10.2.2). Još jedan dokaz protiv postojanja nuklearnih elektrona neposredno sledi iz Hajzenbergove relacije neodređenosti. Kada bi elektron bio zatvoren u maloj zapremini koja odgovara dimenzijama atomskog jezgra, $dr \approx 10^{-14}$ m, neodređenost njegovog impulsa dp iznosila bi prema Hajzenbergovoj relaciji:

$$dp \, dr = h$$

a neodređenost energije dE odnosno njoj odgovarajuća razlika između susednih energetske stanja (s obzirom na vezu između impulsa p i energije čestice $E, p = \sqrt{2mE}$):

$$dE = \frac{h^2}{2 \times m(dr)^2} = \frac{(6,62 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \times (9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (10^{-14})^2} = 6 \times 10^{-10} \text{ J} = 1,5 \times 10^{10} \text{ eV}.$$

(10.2.2)

Ovaj iznos daleko prevazilazi eksperimentalno dobijenu razliku između nuklearnih energetske stanja koja iznosi od 1 do 10 MeV. Podsetimo se na to da za proton jednačina (10.2.2) daje:

$$dE = \frac{h^2}{2m_p(dr)^2} = \frac{(6,62 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \times (1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (10^{-14})^2} = 2 \times 10^{-6} \text{ eV} = 2 \text{ MeV}$$

(10.2.3)

što je istog reda veličine kao eksperimentalno određene vrednosti.

Čedvik je otkrio neutrone bombardovanjem berilijuma α -česticama, pri čemu dolazi do reakcije:



I drugi istraživači, pre Čedvika, uočili su da u ovoj reakciji dolazi do pojave „neutralnog“ zračenja ali je Čedvik prvi otkrio zračenje i ustanovio njegovu čestičnu prirodu. On je to učinio stavljanjem sloja parafina (ugljovodonika) ili nekog drugog lakog elementa iza berilijumske mete. Neutroni koji nastaju u reakciji, sudaraju se sa lakim jezgrima iz sloja, izbacujući ih. Masu neutrona Čedvik je odredio na osnovu merenja energije izbačenih jezgara.

Otkriće neutrona utrlo je put savremenoj slici o strukturi atomskog jezgra: jezgro se sastoji od Z protona i $(A-Z)$ neutrona. Ovom slikom atomskog jezgra uklonjene su sve pomenute teškoće. Razvojem snažnih akceleratora, koji mogu da proizvedu snopove visokoenergetskih elektrona ili piona, omogućeno je ispitivanje unutrašnje strukture atomskog jezgra u eksperimentima rasejavanja koji su slični klasičnom Raderfordovom eksperimentu. Takvi eksperimenti dali su neposredan dokaz o postojanju neutrona u atomskom jezgru.

Neutroni su nestabilne čestice. Slobodni neutron spontano se raspada za oko 15 minuta (srednje vreme života), pretvarajući se u proton uz stvaranje elektrona i antineutrina:



Ova reakcija naziva se β^- raspad pošto u njoj dolazi do izbacivanja elektrona ili β^- čestice. Energija (zbirna) izbačenog elektrona i antineutrina iznosi približno 1 MeV. Ovaj spontani raspad neutrona nameće važno pitanje: kako to da su neutroni stabilni u brojnim atomskim jezgrima? Odgovor može da se nađe u okviru Paulijevog principa. U atomskom jezgru, u njegovom osnovnom stanju, najniži energetski nivoi već su popunjeni. Novi proton koji nastaje u reakciji raspada neutrona mora, prema tome, da ode u neko od viših energijskih stanja. U brojnim jezgrima ovaj proton nema dovoljno energije da zaposedne prvo slobodno stanje zbog čega i neutron, sve dok je u jezgru, ostaje stabilan.

10.2.2 Defekt mase

Ako masu atomskog jezgra uporedimo sa zbirom masa njegovih sastojaka, protona i neutrona, vidimo da je masa jezgra manja od zbira protonskih i neutronske mase. Na primer, jezgro helijuma ima masu od 4,00151 a.j.m., dok zbir masa dva protona i dva neutrona iznosi $2 \times (1,00727 \text{ a.j.m.}) + 2 \times (1,00866 \text{ a.j.m.}) = 4,03186 \text{ a.j.m.}$ Masa helijumovog jezgra manja je za 0,03035 a.j.m. Ova razlika naziva se defekt mase. U opštem slučaju:

$$(\text{defekt mase}) = Zm_p + Nm_n - m \quad (10.2.6)$$

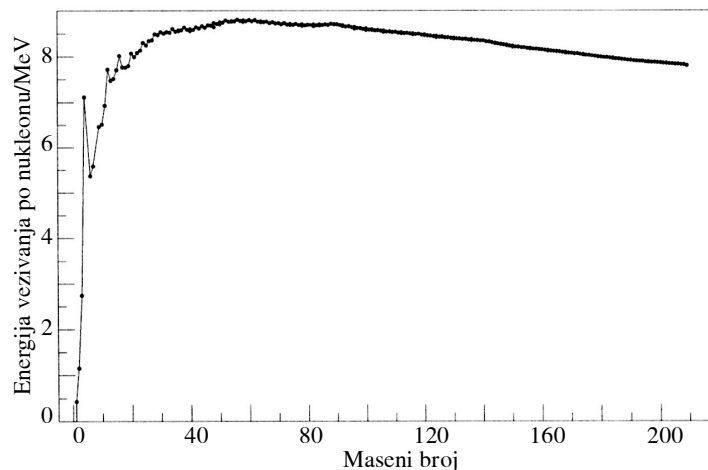
gde je m masa jezgra.

Do pojave defekta mase dolazi zbog oslobađanja energije prilikom izgradnje jezgra iz njegovih sastojaka. Ova energija naziva se **energija vezivanja**. Saglasno

poznatoj Ajnštajnovoj relaciji između mase i energije ($E=mc^2$) koja kaže da svakom iznosu mase m odgovara ekvivalent energije E (i obrnuto), može da se izračuna energija vezivanja B kada je poznat defekt mase Δm :

$$B = (\text{defekt mase}) c^2 = (Zm_p + Nm_n - m)c^2. \quad (10.2.7)$$

Energija vezivanja težih jezgara obično je veća od energije vezivanja lakših. Da bi energije vezivanja za različita jezgra mogle da se upoređuju, treba da se odredi srednja energija vezivanja po nukleonu, B/A . Kriva na Slici 10.2.1 pokazuje zavisnost srednje energije vezivanja po nukleonu od broja nukleona A , za prirodne izotope. Ona se naziva **krivom energije vezivanja**. Za najveći broj jezgara, srednja energija vezivanja iznosi oko 8 MeV po nukleonu. To je prilično velika energija čiji relativni iznos najlakše možemo da ocenimo ako je uporedimo s energijom mase mirovanja jednog nukleona. Svaki nukleon (proton ili neutron) ima energiju mase mirovanja, mc^2 , 1 a.j.m. $\times c^2 = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ J} = 940 \text{ MeV}$. Otuda relativni odnos energije vezivanja i energije mase mirovanja iznosi približno 0,0085, odnosno energija vezivanja je skoro 1% od energije mase mirovanja nukleona. Kriva energije vezivanja ima široki maksimum pri $A=56$, na mestu jezgra gvožđa. Vrlo laka i vrlo teška jezgra imaju znatno manju energiju vezivanja od energije vezivanja gvožđa. To znači da teška jezgra oslobađaju energiju ako ih razbijemo na dva dela, a takođe i dva laka jezgra ako ih spojimo u jedno. Prvi proces nazivamo **fisija**, a drugi **fuzija**.



Slika 10.2.1 Srednja energija vezivanja po nukleonu u zavisnosti od masenog broja, za prirodne izotope. Tačkama su predstavljene merene energije; puna linija dobijena je na osnovu modela kapi. Kriva ima maksimum pri $A = 56$, tj. za ^{56}Fe .

10.2.3 Veličina i oblik atomskog jezgra

Prva određivanja veličine atomskog jezgra potiču još od Raderforda koji je za jezgro aluminijuma procenio poluprečnik na $3 \times 10^{-15} \text{ m}$. Od toga doba izveden je

ogroman broj eksperimenata rasejavanja, na osnovu čega je ustanovljeno da je poluprečnik jezgra proporcionalan sa $A^{1/3}$:

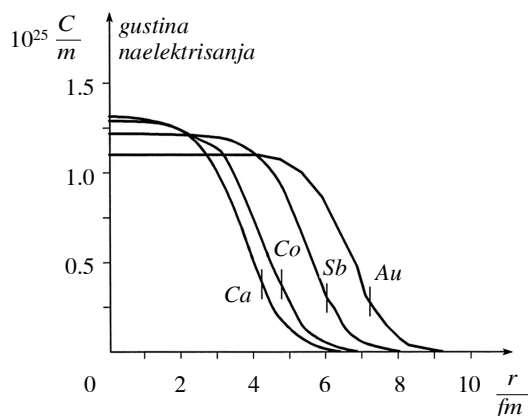
$$R = r_0 A^{1/3} \quad (10.2.8)$$

uz:

$$r_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m} \quad (10.2.9)$$

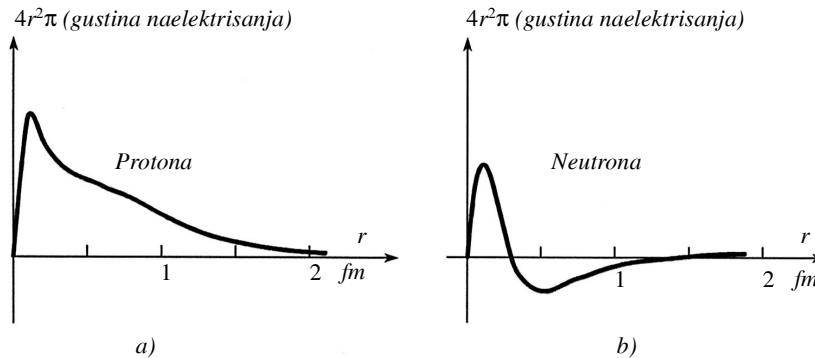
[$10^{-15}\text{m} = 1 \text{ fm}$ (femtometar) = 1 Fermi].

Jednačina (10.2.8) podrazumeva da je zapremina jezgra proporcionalna atomskoj masi A , odakle se neposredno zaključuje da je gustina nuklearne materije stalna – ista za sva jezgra. Najpotpunije eksperimente rasejavanja izveo je pedesetih godina R. Hofštater (Robert Hofstadter, 1915–1962, dobio Nobelovu nagradu 1961. godine), sa saradnicima, koristeći visokoenergetske elektrone. Tim eksperimentima oni su odredili nuklearne poluprečnike, ali su, takođe, dobili podatke i o raspodeli naelektrisanja unutar jezgra. Elektroni su vrlo pogodni za ispitivanje gustine naelektrisanja u atomskom jezgri pošto na njih ne deluje polje nuklearnih sila. Elektroni osećaju samo električno delovanje protona i prilično lako prodiru kroz atomsko jezgro. Na Slici 10.2.2 prikazana je raspodela naelektrisanja u zavisnosti od radijalnog rastojanja za neka atomska jezgra. Sa slike vidimo da površina atomskog jezgra nije strogo određena – gustina naelektrisanja postepeno se približava nuli. Zbog toga je i pojam nuklearnog poluprečnika, određen jednačinom (10.2.8), donekle nejasan.



Slika 10.2.2 Zavisnost gustine naelektrisanja od poluprečnika za nekoliko atomskih jezgara, na osnovu rasejavanja elektrona. Za svako jezgro, poluprečnik $R = r_0 A^{1/3}$ označen je vertikalnom crticom.

Raspodela naelektrisanja unutar jednog protona ili neutrona, takođe, je ispitivana i na osnovu rasejavanja elektrona. Na Slici 10.2.3 prikazane su raspodele naelektrisanja unutar protona i neutrona dobijene iz tih eksperimenata. Gustina naelektrisanja protona opada sa rastojanjem, grubo rečeno, eksponencijalno (približno sa $e^{-r/a}$, uz $a \approx 0,23 \times 10^{-15} \text{ m}$). Kod neutrona, unutrašnji sloj pozitivnog naelektrisanja okružen je slojem negativnog naelektrisanja, a ovaj još jednim slojem slabog pozitivnog naelektrisanja. Ukupno naelektrisanje neutrona, naravno, jednako je nuli. Treba da se uoči to da se gustina naelektrisanja za obe čestice proteže nešto preko nominalnog poluprečnika $R = 1,0 \times 10^{-15} \text{ m}$ koji je dat u Tabeli 10.2.2.



Slika 10.2.3 Radijalna funkcija raspodele naelektrisanja: a) za proton; b) za neutron.

Nekoliko drugih metoda za određivanje poluprečnika atomskog jezgra daju rezultate koji su uporedivi sa predviđanjima jednačine (10.2.8). Jedna od takvih metoda zasniva se na **izotopskom pomaku** spektralnih linija atoma. Raspodela nuklearnog naelektrisanja dovodi do pojave (malog) pomaka elektronskih nivoa u atomu, zbog toga što se elektrostatički potencijal unutar atomskog jezgra razlikuje od potencijala tačkastog naelektrisanja. Pošto jezgra i njihova raspodela naelektrisanja kod različitih izotopa imaju različite veličine, oni dovode do različitog pomaka. Zbog toga spektralne linije izotopa pokazuju (merljive) relativne pomake. Veličina atomskog jezgra može da se odredi iz tih spektralnih pomaka. Slična metoda može da se primeni kod izotopskih pomaka energetskih nivoa mionskih atoma tj. kod atoma u kojima se mion kreće oko jezgra. Mion je čestica istog naelektrisanja i spina kao i elektron, samo sa masom 207 puta većom od mase elektrona. (Mioni se lako dobijaju u relacijama koje se odigravaju prilikom udara u metu elementarne čestice koja je ubrzana u akceleratoru čestica.) Izotopski pomaci mionskih energetskih nivoa mnogo su veći nego oni kod elektronskih energijskih nivoa, što je posledica veće mase miona. Orbita miona je 207 puta manja od orbite elektrona, pa je mnogo osetljivija na male promene raspodele nuklearnog naelektrisanja.

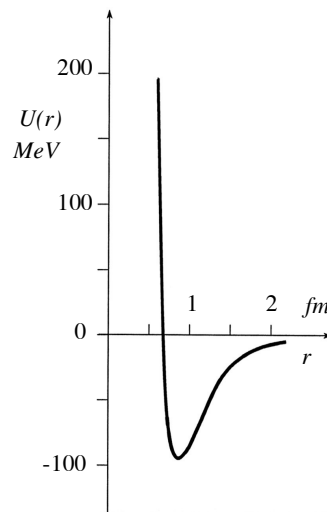
10.2.4 Sile u jezgru – jaka sila

Pošto se protoni u jezgru nalaze na međusobno vrlo malom rastojanju, odbojna Kulonova sila koja deluje između njih je ogromna. Da bi se jezgro održalo u ravnoteži, ta sila treba da se uravnoteži dodatnom privlačnom silom, koja je poznata kao **nuklearna sila** ili **jaka sila**. Nuklearna sila je mnogo jača od Kulonove. Na primer, za dva protona čiji su centri na rastojanju od 2 fm, odbojna Kulonova sila je 60 N, dok je privlačna jaka sila približno 2×10^3 N. Međutim, jaka sila je jaka samo u ograničenom prostoru. Na rastojanjima iznad 3 fm jaka sila brzo iščezava.

Važna osobina jake sile jeste njena **nezavisnost od naelektrisanja**. Sila između dva nukleona ne zavisi od toga da li su to dva protona, dva neutrona ili su to proton i neutron. (Prema nedavnim eksperimentalnim nalazima, jaka sila nije baš potpuno nezavisna od naelektrisanja. Međutim, deo koji zavisi od naelektrisanja vrlo je mali, manji je od 1% i obično može da se zanemari.) Druga važna osobina jake sile jeste da ona **zavisi od spina**. Sila između dva nukleona sa paralelnim spinovima jača je nego sila između nukleona s antiparalelnim spinovima.

Nasuprot Kulonovoj sili koja zavisi po zakonu $1/r^2$ od rastojanja, jaka sila zavisi od rastojanja između nukleona na vrlo složen način. U stvari, tačna teorijska jednačina koja daje zavisnost jake sile od rastojanja nije poznata, mada postoji nekoliko (vrlo složenih) približnih izraza. Zbog toga se ovde zavisnost jake sile od rastojanja samo kvalitativno razmatra. Sila se obično opisuje njenim potencijalom zato što je to veličina koja ulazi u Šredingrovu jednačinu. Na Slici 10.2.4 pokazana je zavisnost potencijala jake sile od rastojanja za dva nukleona s antiparalelnim spinovima i nultim orbitnim ugaonim momentom. Sila je jako privlačna u području 1–2 fm, a postaje odbojna na rastojanjima kraćim od 0,8 fm, gde nukleoni počinju da prodiru jedan u drugoga. Opadanje (po apsolutnoj vrednosti) potencijala ka nuli za rastojanja iznad 2 fm, opisuje se eksponencijalnom funkcijom koja je poznata kao Jukavin potencijal:

$$U(r) \approx -10,46 \frac{e^{-r/b}}{r/b} \text{ MeV} \quad (10.2.10)$$



Slika 10.2.4 Potencijal jake sile za dva nukleona sa antiparalelnim spinovima i nultim orbitnim ugaonim momentom (1S_0 stanje) u zavisnosti od rastojanja.

uz $b \approx 1,43$ fm. Zbog eksponencijalne zavisnosti, potencijal i sila vrlo brzo teže nuli sa porastom rastojanja. Otuda, nukleoni na jednom kraju jezgra, recimo urana, neposredno ne osećaju jaku silu nukleona sa drugog kraja istog jezgra. Isto tako, nukleoni iz jednog jezgra nikada ne osećaju jaku silu nukleona iz drugog atoma, osim ako se dva jezgra ne dovedu u neposredan dodir sudarom.

Jaka sila je "many-body" sila, što znači da sila između dva nukleona u jezgri zavisi i od položaja svih susednih nukleona. Zbog toga za nuklearne sile ne važi princip **slaganja**. Vektorskim sabiranjem sila kojima svaki pojedini nukleon deluje na posmatrani nukleon, **ne može** da se izračuna ukupna sila koja deluje na taj nukleon. Umesto toga, kada se izračunava sila kojom susedni nukleon deluje na posmatrani nukleon, treba da se uzme u obzir i to da je njihovo međudejstvo izmenjeno prisustvom ostalih nukleona. Ta osobina jake sile čini izračunavanje međudejstava između nekoliko nukleona izuzetno teškim.

10.3 MODELI JEZGRA

Zbog nedovoljnog poznavanja prirode nuklearnih sila, atomsko jezgro opisuje se različitim **modelima**, kao što su model kapi ili model ljuske. Takvi modeli su iskrivljena slika stvarnog jezgra. Oni su samo grube teorijske slike koje uključuju neke delove stvarnosti i objašnjavaju samo neke manifestacije nuklearne strukture, ali ne daju potpunu sliku i strogi opis svih osobina atomskog jezgra.

10.3.1 Model kapi

Jaka sila između nukleona donekle je slična silama koje deluju između molekula. Obe sile su privlačne u ograničenom području i postaju veoma odbojne kada se

molekuli ili nukleoni dovedu u neposredan dodir tako da se uzajamno prožimaju. Zbog takve sličnosti može da se očekuje da će agregacija velikog broja nukleona da ima slične osobine kao i agregacija velikog broja molekula, tj. tečnost (upoređivanje sa čvrstim stanjem koje, takođe, predstavlja agregaciju velikog broja molekula, zbog razloga koje ovde nećemo da navodimo, uopšte nije pogodno). Jake odbojne sile pri malim rastojanjima čine nuklearni „fluid” skoro nestišljivim, dok privlačenje kratkog dometa predstavlja kohezionu silu koja drži fluid zajedno. Ravnoteža između privlačnih i odbojnih sila održava nukleone na međusobno stalnim rastojanjima, čime i fluid dobija konačnu i stalnu gustinu. Time može da se kvalitativno objasni stalna gustina nuklearne materije.

Model kapi za atomsko jezgro koristi sličnost između tečnosti i nuklearne materije. Po ovom modelu atomsko jezgro predstavlja se kao kapljica nuklearnog fluida. Osobine jezgra objašnjavaju se na osnovu kolektivnih osobina nuklearnog fluida, uz potpuno zanemarivanje pojedinačnih osobina nukleona. Na primer, sferni oblik atomskog jezgra objašnjava se na sledeći način: svaki nukleon na površini kapljice nuklearnog fluida nalazi se pod uticajem sile kojom na njega deluju nukleoni iz unutrašnjosti kapljice. Ta sila vuče nukleone sa površine kapi u njenu unutrašnjost. Zbog toga površina kapljice spontano teži ka najmanjoj vrednosti za datu (stalnu) zapreminu kapi. Ovakva pojava dobro je poznata kod tečnosti. Sila koja svojim delovanjem smanjuje površinu kapi tečnosti naziva se **površinski napon**. Slično tome, za nuklearnu kap govorimo o nuklearnom površinskom naponu. Pošto sfera kao geometrijsko telo ima najmanju površinu, pri datoj zapremini, kapljica tečnosti (ako na nju ne deluju dodatne spoljašne sile) imaće sferni oblik.

Na osnovu modela kapi mogu da se izvedu jednostavne približne jednačine za zavisnost energije vezivanja od masenog i rednog broja elementa, koja je grafički prikazana na Slici 10.2.1. Ta jednačina sastoji se od nekoliko članova koje ćemo pojedinačno opisati. Najvažniji član u energiji vezivanja potiče od veze koja se stvara između svakog nukleona i njegovih suseda. Pošto nuklearne sile brzo opadaju sa rastojanjem, njihovo delovanje ograničeno je na najbliže susede. Broj neposrednih suseda za svaki nukleon je stalan, pa je stalna i sila vezivanja po jednom nukleonu. Ukupna energija vezivanja proporcionalna je broju veza. Pošto svaki nukleon ima približno isti i stalni broj veza, ukupni broj veza u jezgru proporcionalan je broju nukleona.

Zbog toga, energija vezivanja mora da sadrži član:

$$a_1 A \quad (10.3.1)$$

gde je a_1 (pozitivna) konstanta čija vrednost može da se dobije upoređivanjem sa eksperimentalnim vrednostima. Međutim, ovaj član ne uzima u obzir činjenicu da nukleoni na površini atomskog jezgra imaju manje suseda od nukleona u unutrašnjosti jezgra. Prema tome član (10.3.1) mora da se popravi za umanjene broj suseda nukleona na površini atomskog jezgra. Broj nukleona na površini proporcionalan je veličini površine $4\pi R^2$. Pošto je $R^2 \approx A^{2/3}$, jednačina (10.2.8), popravka gornjeg člana, ima oblik:

$$-a_2 A^{2/3} \quad (10.3.2)$$

gde je a_2 druga (pozitivna) konstanta. Negativni znak u izrazu (10.3.2) ukazuje na to da ovaj član **smanjuje** energiju vezivanja. Sledeće međudejstvo koje treba da se ima na umu, a koje utiče na stabilnost jezgra, jeste elektrostatičko odbijanje između protona od kojih je izgrađeno atomsko jezgro. Ako se jezgro sastoji od Z protona, onda je njegovo ukupno naelektrisanje $Q = Ze$. Da bi se problem pojednostavio (razmatra se kolektivni model) podrazumeva se da je naelektrisanje ravnomerno raspoređeno po zapremini jezgra. Zbog toga može da se iskoristi poznata jednačina iz elektrostatičke kojom se izražava elektrostatička potencijalna energija ravnomerno naelektrisanе sfere:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3Q^2}{5R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{A^{1/3}} \cdot 1,2 \times 10^{-15} = \frac{Z^2}{A^{1/2}} \times 1,14 \times 10^{-13} \text{ J.} \quad (10.3.3a)$$

Poslednji izraz može da se prevede u elektronvolte ($1 \text{ MeV} = 1.60 \times 10^{-13} \text{ J}$), pa doprinos elektrostatičke potencijalne energije energiji vezivanja može da se opiše izrazom:

$$-\frac{Z^2}{A^{1/3}} \cdot 0,710 \text{ MeV} \quad (10.3.3b)$$

gde je dodat i negativni znak kojim se označava da elektrostatičko međudejstvo **slabi** energiju vezivanja. Pošto vrednost za poluprečnik atomskog jezgra koja je korišćena za izračunavanje brojčanog koeficijenta nije baš pouzdana, mnogo je sigurnije da se isti izraz napiše u uopštenom obliku:

$$-a_3 \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (10.3.3c)$$

gde je a_3 konstanta čija se vrednost podešava na osnovu eksperimentalnih vrednosti za energiju vezivanja različitih jezgara.

Na kraju, treba da se uzme u obzir i kvantnomehantička popravka. Protoni i neutroni su fermioni i zbog toga se pokoravaju principu isključenja. To znači da protoni i neutroni imaju sopstvene nizove energetskih stanja. Protonska i neutronska stanja energetski su skoro jednaka. Razlikuju se (neznatno) samo za dodatno Kulonovo međudejstvo između protona. U atomskom jezgru sa Z protona i $(A - Z)$ neutrona, protoni zauzimaju najnižih Z protonskih stanja, a neutroni $(A - Z)$ najnižih neutronskih stanja. Ako jezgro sa masenim brojem A ima jednak broj protona i neutrona ($Z = A/2$, $N = A - Z = A/2$), tada su protonska i neutronska stanja popunjena do istog energijskog nivoa. Dodavanjem nove čestice popuniće se prvi naredni nivo iz odgovarajućeg skupa energijskih nivoa. Međutim, pošto su i protonski i neutronski nivoi ispunjeni u istom iznosu, energijski gledano sasvim je svejedno da li je nova čestica proton ili neutron, jer novo dostupno stanje ima istu energiju bez obzira na vrstu čestice. Ako jezgro ima različit broj protona i neutrona (recimo, $Z = A/2 + 3$ i $N = A/2 - 3$), situacija se očigledno menja. I ovde su najniži protonski i neutronski nivoi popunjeni. Međutim, kako u jezgru postoji višak protona, energijski nivo koji zauzima poslednji proton nalazi se iznad poslednjeg popunjenog neutronskog nivoa. To znači da prvi dostupni protonski nivo leži iznad prvog dostupnog

neutronskeg nivoa, odnosno da dovođenje novog protona čini jezgro nestabilnijim nego dovođenje novog neutrona. Drugim rečima, jezgro „asimetrično” u sadržaju protona i neutrona ima veću energiju nego jezgro sa „simetričnim” sadržajem protona i neutrona. Pošto višak protona dovodi do iste pojave kao i višak neutrona, porast energije jezgra mora da bude parna funkcija razlike broja protona i broja neutrona. Taj porast energije mora da se izrazi stepenim redom sa parnim stepenima od $(N - Z)$ odnosno $(A - 2Z)$. Ako zadržimo samo prvi član stepenog reda, dobijamo da je porast energije proporcionalan sa $(A - 2Z)^2$. Takav izraz daje zadovoljavajući opis porasta energije pri stalnoj vrednosti A . Međutim, pre nego što ukupnoj energiji vezivanja dodamo član $(A - 2Z)^2$, treba još da ga popravimo za njegovu zavisnost od A . Porast energije do kojeg dolazi zbog viška protona ili neutrona sve je manji sa porastom masenog broja A . Do toga dolazi zato što pri velikim A vrednostima odgovarajući energijski nivoi imaju velike kvantne brojeve tako da relativna energijska razlika (Δ) između njih opada. Pošto je $n \approx A$, porast energije obrnuto je proporcionalan masenom broju A tako da za popravku najzad dobijamo:

$$-\frac{a_4}{4} \cdot \frac{(A - 2Z)^2}{A}. \quad (10.3.4)$$

Kao i do sada a_4 jeste empirijska konstanta, znak minus označava da porast energije jezgra zapravo smanjuje u njemu energiju vezivanja, a faktor 4 uveden je zbog pogodnosti. Izraz (10.3.4) obično se naziva **energija asimetrije**.

Ukupna energija vezivanja jezgra je zbir izraza (10.3.1), (10.3.2), (10.3.3c) i (10.3.4) (postoji još jedan član – **energija sparivanja**, koji uzima u obzir empirijsku činjenicu da su jezgra sa parnim brojem protona i parnim brojem neutrona stabilnija od parno-neparnih i neparno-neparnih jezgara; međutim, njegova vrednost je prilično mala i ne može da se teorijski opravda jednostavnim dokazima):

$$B = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A}. \quad (10.3.5)$$

Vrednosti konstanti a_1 , a_2 , a_3 i a_4 moraju da se odrede iz eksperimentalnih podataka. Podešavanjem konstanti tako da se dobije najbolje slaganje navedene jednačine sa eksperimentalnim podacima za energiju vezivanja, dobijaju se sledeće vrednosti:

$$a_1 = 15,753 \text{ MeV} \quad (10.3.6a)$$

$$a_2 = 17,804 \text{ MeV} \quad (10.3.6b)$$

$$a_3 = 0,7103 \text{ MeV} \quad (10.3.6c)$$

$$a_4 = 94,77 \text{ MeV}. \quad (10.3.6d)$$

Zamenjivanjem ovih vrednosti, dobijamo konačno izraz koji je poznat kao Vajczerova (Carl Friedrich von Weizsäcker, rođen 1912), **poluempirijska jednačina** za energiju vezivanja:

$$B = \left\{ 15,753 A - 17,804 A^{2/3} - 0,7103 \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 94,77 \cdot \frac{(A/2 - Z)^2}{A} \right\}. \quad (10.3.7)$$

Jednačina je u opštim crtama izvedena na osnovu teorijskih razmatranja, ali su konstante dobijene iz empirijskih podataka.

Zbog toga što se energije vezivanja obično izračunavaju na osnovu defekta mase, korisno je da se jednačina (10.3.7) prevede u masene jedinice. Nuklearna energija vezivanja B povezana je sa defektom mase Δm poznatim izrazom $\Delta m = B/c^2$. Otuda masa jezgra sa Z protona i $(A - Z)$ neutrona iznosi $Zm_p + (A - Z)m_n - B/c^2$. Pošto masene tabele obično prikazuju atomske mase izotopa (a ne nuklearne mase), pogodno je da se ovome izrazu dodaju mase Z elektrona. Zbir $(Zm_p + Zm_e)$ jednak je Zm_H . Otud, poluempirijska jednačina za masu izotopa ima oblik:

$$M = Zm_H + (A - Z)m_n - (B/c^2). \quad (10.3.8)$$

Zamenjivanjem vrednosti $m_H = 1,007825$ a.j.m., $m_n = 1,008665$ a.j.m. i $1 \text{ MeV}/c^2 = (1/931,502)$ a.j.m., dobijamo:

$$M = 1,008665 - 0,000840 Z - \{0,016911 A - 0,0191113 A^{2/3} - 0,0007625 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 0,10174 \frac{(A/2 - Z)^2}{A}\}. \quad (10.3.9)$$

Puna linija na Slici 10.2.1 predstavlja zavisnost energije vezivanja po jednom nukleonu B/A , dobijenu iz jednačine (10.3.7). Vrednosti A i Z koje su korišćene za izračunavanje izraza (10.3.7) uzete su iz tabele stabilnih izotopa. Tačke na Slici 10.2.1 predstavljaju stvarno opažene vrednosti energije vezivanja. Izuzev za jezgra sa malim atomskim masama, za koja se i ne očekuje valjanost modela kapi (broj nukleona suviše je mali da bi se stvorila ujednačena kapljica), slaganje jednačine s eksperimentalnim vrednostima je izvanredno.

Široki maksimum krive energije vezivanja u okolini $A = 56$ potiče od kombinovanih uticaja površinske energije [drugi član u jednačini (10.3.7)] i elektrostatičke energije (treći član). Kod lakih jezgara (malo A i malo Z) značajni deo nukleona nalazi se na površini jezgra, pa i površinska energija čini značajni deo ukupne energije vezivanja. Kako se površinska energija u jednačini (10.3.7) javlja sa negativnim znakom, to je i ukupna energija vezivanja mala. Kod teških jezgara (velike vrednosti A i Z) elektrostatička energija čini značajan deo energije vezivanja. Pošto i ova energija ulazi u jednačinu (10.3.7) sa negativnim znakom, ona dovodi do sniženja ukupne energije vezivanja. Atomska jezgra sa vrednostima A i Z u sredini njihovog opsega imaju relativno malu površinsku energiju, a takođe i malu elektrostatičku energiju. Zbog toga jezgra srednje veličine imaju najveće vrednosti energije vezivanja po nukleonu.

Vidi se da je elektrostatička energija proporcionalna sa Z^2 . To znači da bi sa porastom Z , pri stalnom A , energija vezivanja postala negativna, tj. jezgro bi postalo nestabilno i raspalo bi se pod odbojnim uticajem Kulonove sile. Zbog toga jezgro sa velikim naelektrisanjem Z može da zadrži celovitost samo ako mu poraste maseni broj A , tako da se prvim članom u jednačini (10.3.7) kompenzuje treći član jed-

načine. Velika vrednost masenog broja postiže se porastom broja neutrona u jezgru. Na primer, ^{238}U ima 146 neutrona i svega 92 protona.

Prisustvo neutrona je neophodno da bi se smanjila koncentracija protona u nuklearnom fluidu i time smanjio uticaj Kulonovog odbijanja. Slučaj jezgra ^{238}U tipičan je za sva teška jezgra: prisustvo ogromnog viška neutrona neophodno je za održavanje njihove stabilnosti. U lakšim jezgrima Kulonovo odbijanje je manje izraženo i zbog toga njima nije neophodan višak neutrona da bi očuvala svoju stabilnost.

Za kvantitativno razmatranje zastupljenosti protona i neutrona posmatračemo jezgra sa istim masenim brojem A , ali sa različitim rednim brojevima Z . (Takva jezgra nazivaju se **izobari**.) Ako neko od tih jezgara ima previše neutrona, tada je pretvaranje neutrona u proton energijski povoljno i događa se tzv. β^- raspad. Nasuprot tome, ako jezgro ima višak protona javlja se pretvaranje protona u neutron, odnosno β^+ raspad. U nekim slučajevima kod nestabilnih jezgara javlja se K-zahvat.

Stabilna jezgra imaju najpovoljniji broj protona i neutrona za određenu vrednost masenog broja A . Ovaj najpovoljniji broj može da se izračuna ako se nađe vrednost rednog broja Z_{opt} za koju funkcija energije veze B ima ekstremnu vrednost. Matematički, ovo znači da treba da se potraži prvi izvod funkcije $B(Z)$ po Z i da se izjednači sa nulom. Tako može da se nađe i najstabilnije izobarno jezgro, o čemu će detaljnije biti reči u poglavlju 11.



Hideki Jukava (Hideki Yukawa, 1907–1981), rođen je u Tokiju, a doktorirao je na univerzitetu u Osaki. Da bi objasnio stabilnost atomskog jezgra 1935. godine uveo je pojam novih, nuklearnih sila. Opisao je osobine nove čestice koja je prenosilac te sile, a čija je masa između mase elektrona i mase protona. Ova Jukavina hipoteza potvrđena je otkrićem nove čestice, P-mezona. Jukava je dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1949. godine za predviđanje postojanja mezona na osnovu teorijskog rada na nuklearnim silama.

Lord Ernest Raderford (Lord Ernest Rutherford, 1871–1937), rođen je na Novom Zelandu, a istraživačku karijeru započeo je kao saradnik Dž. Dž. Tomsona u Kembridžu, u Kevendiškoj laboratoriji. U periodu od 1898. do 1907. bio je profesor na Mek-Gil univerzitetu u Kanadi, a u periodu od 1907. do 1919. direktor fizičke laboratorije. Raderford 1919. godine prihvata poziv iz Kembridža i dolazi na mesto J. J. Tomsona kao profesor fizike pri Kevendiškoj laboratoriji. U svom naučnom radu bavio se ispitivanjem radioaktivnosti, otkrio novi izotop radona, a sa F. Sodijem (Frederic Soddy) postavio je zakon radioaktivnog raspada, pa je 1908. godine nagrađen Nobelovom nagradom za hemiju za „ispitivanje dezintegracije elemenata i hemije radioaktivnih supstancija”. Tokom 1910. godine Raderford radi na ispitivanju rasejavanja alfa-čestica na atomima, posle čega izводи čuvenu formulu koja za osnovnu pretpostavku uzima postojanje pozitivno naelektrisanog jezgra atoma sićušnog po zapremini u odnosu na ukupnu zapreminu atoma, postavljajući na taj način teoriju strukture atoma.

